

ІМПУЛЬСИ НАЙКВІСТА В СИСТЕМІ З OFDM¹Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса

Технологія мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів або OFDM дозволяє перетворити один високошвидкісний потік даних у паралельні низькошвидкісні потоки, де кожен потік передається у каналі зі своєю субнесучою частотою. На відміну від FDM, де між каналами є захищена смуга частот, канали у системі з OFDM перекриваються між собою, що вимагає ортогональних властивостей між базовими імпульсами передавача і приймача для уникнення міжсимвольної (МСІ) і міжканальної (МКІ) інтерференції. У традиційній OFDM як обвідна базових імпульсів передавача і приймача використовується прямокутний імпульс. Вибір саме прямокутної обвідної зумовлений простотою її форми і додатково дозволяє реалізувати процес прийому OFDM сигналу із застосуванням технології швидкого перетворення Фур'є (FFT). Недоліком в цьому випадку є підвищений рівень позасмугового випромінювання у частотній області, а також підвищена чутливість системи до ефекту Доплера. Особливістю спектра радіоімпульсу з прямокутною обвідною є максимум спектральної щільності на частоті несучої і безліч нулів, розташованих через однакові частотні інтервали, тобто спектр є селективним. У роботі показано, що така особливість спектра для OFDM не є випадковою. Зі свого боку імпульси Найквіста — це вид імпульсів, які мають один максимум і безліч нулів, розташованих через однакові інтервали. Тобто, спектр радіоімпульсу з прямокутною обвідною може розглядатися як імпульс Найквіста, якщо час і частоту поміняти місцями. У роботі розглядаються загальні критерії щодо форми неперервних базових імпульсів передавача і приймача. Встановлюються вимоги щодо форми базових імпульсів приймача при селективному спектрі базових імпульсів передавача. Досліджуються особливості застосування технології швидкого перетворення Фур'є за базових імпульсів передавача з селективним спектром.

Ключові слова: OFDM, спектр, імпульс Найквіста, селективний сигнал, селективний спектр, частотно-часова дуальність.

Вступ

Технологія мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів (OFDM) знайшла застосування у численних бездротових телекомунікаційних системах, зокрема, сучасних мережах стільникового зв'язку (4G/LTE), Wi-Fi, службах радіомовлення (DVB-T, DVB-S, DVB-S2) [1]. Така особливість пояснюється ефективним використанням відведеної смуги частот, а також стійкою роботою систем в умовах багатопроменевого каналу зв'язку.

В OFDM передача інформації здійснюється за допомогою набору імпульсів у передавачі і приймачі, де імпульси в одному наборі мають однакову форму обвідної і відрізняються тільки за частотою несучої, а будь-які два імпульси з різних наборів ортогональні між собою [2]. У традиційній OFDM, обвідні імпульсів і передавача, і приймача мають прямокутну форму. При цьому, тривалість імпульсів передавача може бути більшою ніж тривалість імпульсів приймача і залежить від характеристик каналу зв'язку. Відомо, що спектр прямокутного імпульсу характеризується високим рівнем бічних пелюсток. Так, рівень першої бічної пелюстки лише на 13 дБ нижче рівня головної пелюстки. Одним з прийомів, здатних зменшити рівень позасмугового випромінювання, є згладжування початку і кінця прямокутного імпульсу за допомогою віконної функції (OFDM-WOLA) [3]. Однак, такий спосіб не достатньо ефективний, оскільки перші бічні пелюстки, в яких зосереджена більша частина енергії позасмугового випромінювання, залишаються майже незмінними. Тому актуальною є задача аналізу інших форм імпульсів, які також можуть утворити систе-

му ортогональних функцій, і водночас спектр яких спадає значно швидше ніж спектр прямокутного імпульсу.

Метою статті є аналіз імпульсів зі спектром виду «імпульс Найквіста» як базових імпульсів передавача у системі з OFDM.

Основна частина

Відомо, що комплексна обвідна радіосигналу повністю визначає його основні властивості [4]. Для OFDM-сигналу вона записується у вигляді

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} c_{n,k} g_{TX}(t-kT) e^{j2\pi n F t}, \quad (1)$$

де $c_{n,k}$ — комплексний символ цифрової модуляції, який передається на піднесучій n у k -му OFDM-символі; $g_{TX}(t)$ — базовий імпульс-прототип передавача; T — часовий інтервал між OFDM-символами; F — ширина смуги частот між двома суміжними піднесучими.

Також (1) можна переписати у вигляді

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} c_{n,k} q_{n,k}(t), \quad (2)$$

$$q_{n,k}(t) = g_{TX}(t-kT) e^{j2\pi n F t}. \quad (3)$$

У (2) $q_{n,k}(t)$ є базовими імпульсами, утвореними з імпульсу-прототипу $g_{TX}(t)$ з часовим зсувом на інтервал kT і частотним зсувом на інтервал nF . Для визначення переданого символу $c_{n,k}$ у приймачі застосовується набір інших базових імпульсів

$$r_{n,k}(t) = g_{RX}(t-kT) e^{j2\pi n F t}, \quad (4)$$

де $r_{n,k}(t)$ — базові імпульси приймача; $g_{RX}(t)$ — базовий імпульс-прототип приймача.

Базові імпульси передавача і приймача $q_{n,k}(t)$ (3) і $r_{n,k}(t)$ (4) повинні бути ортогональними [5]

$$\langle q_{n_1,k_1}(t), r_{n_2,k_2}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} q_{n_1,k_1}(t) r_{n_2,k_2}^*(t) dt = \begin{cases} r, & n_1 = n_2, k_1 = k_2, \\ 0, & n_1 \neq n_2, k_1 \neq k_2, \end{cases} \quad (5)$$

де $r \neq 0$.

Якщо виконується (5), тоді стає можливим виділити зі складного сигналу (1) кожний окремий переданий символ $c_{n,k}$. Умова (5) визначає ортогональні властивості сигналів у часовій області. У частотній області (5) запишеться так:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Q_{n_1,k_1}(\omega) R_{n_2,k_2}^*(\omega) d\omega = \begin{cases} r, & n_1 = n_2, k_1 = k_2, \\ 0, & n_1 \neq n_2, k_1 \neq k_2. \end{cases} \quad (6)$$

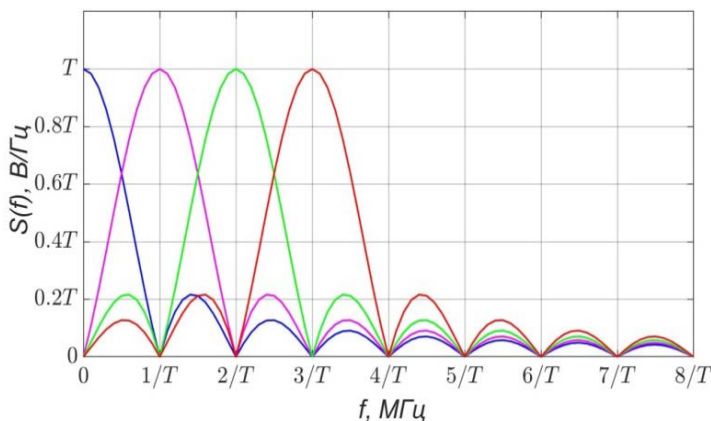


Рис. 1. Спектри імпульсів передавача з прямокутною обвідною

Можна показати, як умова (6) виконується для базових імпульсів передавача і приймача з прямокутною обвідною. Для цього побудуємо спектри базових імпульсів передавача (рис. 1). Їх особливістю є відсутність міжканальної інтерференції з частотами, кратними $1/T$, де T — тривалість OFDM символу. Зрозуміло, якщо спектри імпульсів приймача (4) є дельта-функціями зі зсувом $1/T$, тоді (6) виконується. Відомо, що сигналом, спектр якого складається з одного відліку на частоті f_0 , є експоненціальна функція $e^{j2\pi f_0 t}$.

Експоненціальна функція має нескінченну тривалість. Підставляючи функцію імпульсу передавача і експоненціальну функцію у (5) і враховуючи, що межі інтегралу (5) визначаються загальним інтервалом, де імпульс передавача і імпульс приймача не дорівнюють нулю, стає зрозумілим, що (5) буде виконуватись навіть, якщо обмежити експоненціальну функцію інтервалом T , що також відповідає радіоімпульсу з прямокутною обвідною.

Відомо, що дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) працює з періодичним сигналом, який дискретизований у часі [6]. Загальні вирази для прямого і дискретного перетворення Фур'є виглядають так:

$$S(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s(k) e^{-j2\pi nk/N}; \quad s(k) = \sum_{n=0}^{N-1} S(n) e^{j2\pi nk/N}, \quad (7)$$

де $S(n)$ — n -й відлік спектральної щільності; N — загальна кількість відліків вхідного і вихідного масивів; $s(k)$ — k -й відлік сигналу.

Спектр періодичного дискретного сигналу є також дискретним з інтервалом дискретизації $1/T$ (де T — період сигналу) і періодичним з періодом, який дорівнює частоті дискретизації сигналу. Якщо сигнал, спектр якого зображений на рис. 1, дискретизувати у часі з інтервалом дискретизації T/n , і припустити, що він має період, який дорівнює його тривалості, тоді результат ДПФ такого сигналу буде в точності збігатися з відліками спектра на піднесучих частотах n/T , де n — номер піднесучої. Таким чином, замість інтегрування неперервних функцій (5), демодуляцію OFDM-сигналу можна виконати у дискретному вигляді за допомогою швидкого перетворення Фур'є (FFT), який є оптимізованою версією ДПФ. Слід зазначити, що наведені вище ствердження основані на особливості спектра прямокутної обвідної імпульсу передавача. З теорії селективних сигналів відомо [7], що імпульс Найквіста є імпульсом, який має максимум у нульовий момент часу і дорівнює нулю у тактових інтервалах, що забезпечує відсутність міжсимвольної інтерференції в моменти взяття відліків. Далі будемо називати спектр, який містить максимум спектральної щільності на частоті несучої і безліч нулів, розташованих через однакові частотні інтервали, *селективним спектром* або спектром виду «імпульс Найквіста».

Аналіз рис. 1 показує, що спектр радіоімпульсу з прямокутною обвідною характеризується повільним зменшенням рівня бічних пелюсток, яке можна апроксимувати функцією $f(x)=1/x$. Одразу виникає питання, чи можливі інші види обвідних імпульсу передавача для OFDM-системи, спектр яких спадає значно швидше ніж спектр прямокутного імпульсу, і для яких також можна застосувати операцію FFT на стороні приймача OFDM-сигналу. Виявляється, що кількість таких обвідних нескінченна.

Розглянемо операцію згортки [5] прямокутної обвідної з будь-якою парною функцією, тривалість якої не перевищує тривалості T

$$s(t) = g(t) * f(t), \quad (8)$$

де $g(t)$ — прямокутна функція тривалості T , $f(t)$ — парна функція, тривалість якої менше або дорівнює T .

В результаті отримаємо нову функцію, тривалість якої не перевищує $2T$. З прямої теореми про згортку [5] зрозуміло, що спектр підсумкової функції також буде селективним, оскільки

$$S(\omega) = G(\omega) \cdot F(\omega), \quad (9)$$

де $G(\omega)$ — селективний спектр прямокутної функції, $F(\omega)$ — спектр парної функції.

Якщо дискретизувати нову обвідну (8) з інтервалом дискретизації T/n і припустити, що вона є періодичною функцією з періодом $2T$, тоді результат ДПФ (7) цієї обвідної буде містити відліки спектра, інтервал дискретизації яких буде дорівнювати $1/(2T)$. При цьому, кожний другий відлік буде відповідати частоті піднесучої, на якій немає міжканальної інтерференції, оскільки спектр обвідної є селективним.

На рівень бічних пелюсток спектра обвідної (8) буде впливати частотна характеристика парної функції, оскільки результуючий спектр нової обвідної дорівнює добутку спектра прямокутної обвідної і спектра парної функції (9). Зрозуміло, що за однакової форми парної функції розширення її у часі звузить її спектр, що, відповідно, зменшить рівень бічних пелюсток підсумкової обвідної. Однак водночас збільшиться тривалість обвідної, що зменшить швидкість передачі даних у системі з OFDM. Тобто, важливим виявляється компроміс між тривалістю парної функції й пропускну здатністю системи зв'язку.

Покажемо справедливність наведених вище тверджень для базових імпульсів передавача, обвідна яких синтезована на основі парної функції у вигляді прямокутної функції тривалості T , де T — тривалість базової прямокутної обвідної традиційної OFDM. Результатом згортки двох прямокутних функцій (8) буде трикутна функція тривалості $2T$.

На рис. 2 можна побачити, що рівень бічних пелюсток значно зменшений у порівнянні з рис. 1.

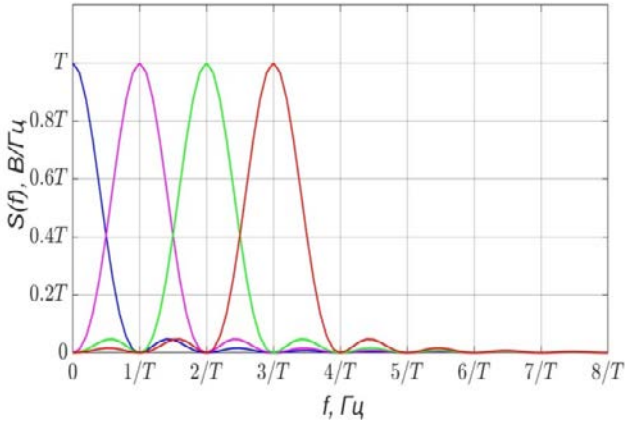


Рис. 2. Спектри імпульсів передавача з трикутною обвідною

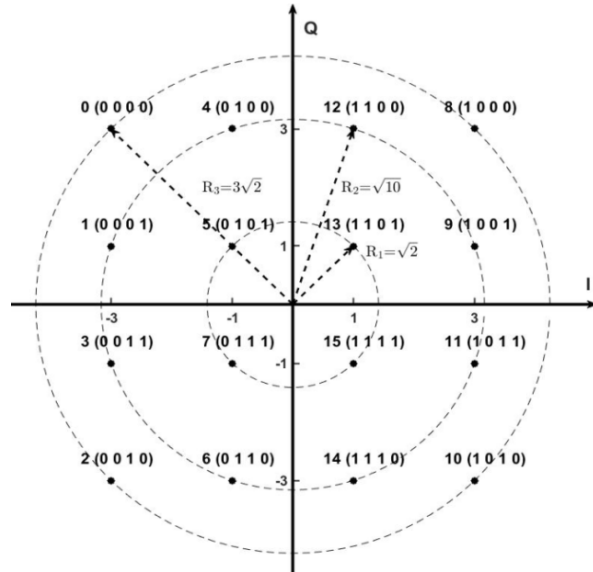


Рис. 3. Сигнальне сузір'я модуляції КАМ-16

Нехай на кожній з чотирьох піднесучих передаються вектори КАМ-16 [8] з індексом 11 (рис. 3). У програмному середовищі MATLAB виконана демодуляція OFDM-сигналу за допомогою команди fft. Вхідні і вихідні дані роботи програми зведені у таблицю.

Визначення переданих векторів КАМ-16 за допомогою FFT

індекс	1	2	3	4	5	6	7	8
input	0	0	0	0	12-4i	0	0	0
output	3-1i	-3+1i	3-1i	-3+1i	3-1i	-3+1i	3-1i	-3+1i

Аналіз таблиці показує, що непарні елементи вихідного масиву є переданими КАМ-16 векторами.

Висновки

Запропонований новий вид імпульсів на основі згортки прямокутної й парної функції як базових імпульсів передавача OFDM-системи. Розглянуті частотні властивості імпульсів з селективним спектром на прикладі трикутного імпульсу. Результат дослідження показав, що імпульси зі спектром виду «імпульс Найквіста» здатні зменшити рівень позасмугового випромінювання у системі з багатьма несучими. При цьому важливим виявляється компроміс між тривалістю парної функції й пропускнуою здатністю системи зв'язку. Проаналізовані особливості процесу прийому OFDM-сигналу з селективним спектром на основі алгоритму FFT, що використовується у традиційній OFDM. Відмінною особливістю реалізації алгоритму для обвідної з селективним спектром є збільшена у два рази кількість вхідних елементів масиву. Непарні елементи вихідного масиву є переданими комплексними символами цифрової модуляції. Слід зазначити, що збільшена кількість відліків не є значним недоліком, оскільки швидкість обчислення операції FFT визначається характеристиками цифрового обладнання, яке на сьогодні вже має високі показники.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Andreas F. Molisch, *Wireless communications*. Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, 2011, 827 p.
 [2] R. Nissel, S. Schwarz, and M. Rupp, "Filter bank multicarrier modulation schemes for future mobile communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 35, no. 8, pp. 1768-1782, 2017.
 [3] B. Farhang-Boroujeny, "OFDM versus filter bank multicarrier," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 28, pp. 92-112, May 2011.

- [4] Л. Е. Варакин, *Теория систем сигналов*. Москва: Советское радио, 1978, 304 с.
- [5] Э. А. Сукачѳв, и Д. Ю. Бухан, *Корреляционный анализ детерминированных сигналов*. Одесса, Украина: Освіта України, 2014, 134 с.
- [6] А. Б. Сергиенко, *Цифровая обработка сигналов*. Санкт-Петербург, Россия: Питер, 2003, 608 с.
- [7] Э. А. Сукачѳв, *Введение в теорию сигналов Найквиста*. Одесса, Украина: Освіта України, 2016, 108 с.
- [8] Э. А. Сукачѳв, *Сотовые сети радиосвязи с подвижными объектами*. Одесса, Украина: ОНАС им. А. С. Попова, 2013, 256 с.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем та телебачення ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 27.09.2021

Сукачов Едуард Олексійович — д-р техн. наук, професор, професор кафедри бездротових та супутникових мереж електронних комутацій;

Быков Ростислав Геннадійович — аспірант кафедри бездротових та супутникових мереж електронних комутацій, e-mail: rbykov@ukr.net .

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса

E. O. Sukachov¹
R. H. Bykov¹

Nyquist Pulses in OFDM System

¹State University of Intelligent Technologies and Communications, Odessa

Orthogonal frequency division multiplexing or OFDM technology allows converting a single high-speed data stream into parallel low-speed streams, where each stream is transmitted in a channel with its own subcarrier frequency. Unlike FDM, where there is a protective band gap between channels, channels in an OFDM system overlap, what requires orthogonal properties between base pulses of transmitter and receiver to avoid intersymbol (ISI) and inter-channel (ICI) interference. In traditional OFDM, a rectangular pulse is used as envelope of base pulses of the transmitter and receiver. Choice of the rectangular envelope is due to simplicity of its shape and additionally allows implementing the process of receiving OFDM signal using fast Fourier transform technology (FFT). Disadvantage in this case is the increased level of out-of-band emission in frequency domain, as well as increased sensitivity of system to the Doppler effect. Main feature of spectrum of radio pulse with rectangular envelope is the maximum spectral density at the carrier frequency and many zeros located at equal frequency intervals, what means that spectrum is selective. The paper shows that this feature of spectrum for OFDM is not accidental. In turn, Nyquist pulses are a type of pulses that have one maximum and many zeros located at equal time intervals. That is, the spectrum of radio pulse with rectangular envelope can be considered as a Nyquist pulse if time and frequency are replaced. The paper considers general criteria for shape of continuous base pulses of the transmitter and receiver. Requirements are set for shape of receiver base pulses if transmitter base pulses have selective spectrum. Usage features of fast Fourier transform technology for transmitter base pulses with selective spectrum have been investigated.

Keywords: OFDM, spectrum, Nyquist pulse, selective signal, selective spectrum, frequency-time duality.

Sukachov Eduard O. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Wireless and Satellite Electronic Switching Networks;

Bykov Rostyslav H. — Post-Graduate Student of the Chair of Wireless and Satellite Electronic Switching Networks, e-mail: rbykov@ukr.net

Э. А. Сукачѳв¹
Р. Г. Быков¹

Импульсы Найквиста в системе с OFDM

¹Государственный университет интеллектуальных технологий и связи, Одесса

Технология мультиплексирования с ортогональным частотным разделением каналов или OFDM позволяет преобразовать один высокоскоростной поток данных в параллельные низкоскоростные потоки, где каждый поток передается в канале на своей поднесущей частоте. В отличие от FDM, где между каналами существует защитная полоса частот, каналы в системе с OFDM перекрываются между собой, что требует ортогональных свойств между базовыми импульсами передатчика и приемника для предотвращения межсимвольной (МСИ) и межканальной (МКИ) интерференции. В традиционной OFDM в качестве огибающей базовых импульсов передатчика и приемника используется прямоугольный импульс. Выбор именно прямоугольной огибающей обусловлен простотой ее формы и дополнительно позволяет реализовать процесс приема OFDM-сигнала с применением технологии быстрого преобразования Фурье (FFT). Недостатком в этом случае является повышенный уровень внеполосного излучения в частотной области, а также повышенная чувствительность системы к эффекту Доплера. Особенностью спектра радиоимпульса с прямоугольной огибающей является максимум спектральной плотности на частоте несущей и множество нулей, расположенных через равные частотные интервалы, то есть спектр является селективным. В работе показано, что эта особенность спектра для OFDM не является случайной. В свою очередь импульсы Найквиста — это вид импульсов, которые имеют один максимум и множество нулей, расположенных через равные интервалы. То есть, спектр радиоимпульса с прямоугольной огибающей можно рассматривать как импульс Найквиста, если время и частоту поменять местами. В работе рассматриваются общие критерии относительно формы непрерывных базовых импульсов передатчика и приемника. Определяются требования к форме базовых импульсов приемника при селективном спектре базовых импульсов передатчика. Исследуются особенности применения технологии быстрого преобразования Фурье для базовых импульсов передатчика с селективным спектром.

Ключевые слова: OFDM, спектр, импульс Найквиста, селективный сигнал, селективный спектр, частотно-временная дуальность.

Сукачѳв Эдуард Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры беспроводных и спутниковых сетей электронных коммутаций;

Быков Ростислав Геннадиевич — аспирант кафедры беспроводных и спутниковых сетей электронных коммутаций, e-mail: rbykov@ukr.net