

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПЕРЕМИКАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПОЛЯРИЗАЦІЇ У СЕГНЕТОЕЛЕКТРИЧНОМУ КОНДЕНСАТОРІ

¹Вінницький національний технічний університет

Розроблено математичну модель перемикання електричної поляризації сегнетоелектричного конденсатора, яка адекватно відображає процеси запису та зчитування в елементах FRAM-пам'яті і придатна для розробки автоматизованого проектування сегнетоелектричних накопичувальних елементів і пристроїв. Фізичні моделі перемикання електричної поляризації у сегнетоелектричному конденсаторі є лише окремими випадками кристалізаційних за певних припущень щодо розмірності доменів, процесів їхнього зародження, розростання і перекриття. Тому в роботі проведено перенесення відомої геометрико-ймовірнісної моделі кристалізації розплаву на процеси переполіаризації сегнетоелектриків. Для цієї кристалізаційної моделі розроблені два варіанти її практичної реалізації: для χ - і β -процесів. Відповідно в математичній моделі можна виділити дві складові, назвавши їх χ - та β -моделями перемикання поляризованості в сегнетоелектричному конденсаторі.

Відмінність розробленої моделі від інших полягає в тому, що в кристалізаційній моделі вводиться початкове значення поляризованості та проводиться змішане (часове і просторове) нормування параметрів сегнетоелектричного матеріалу. Зокрема, введено поняття характеристичного часу, що є часом подвоєння радіусу зародків в полях з напруженостями значно більшими полів активації; характеристичного об'єму, який для χ -процесу дорівнює переполіаризованому зародженням об'єму за характеристичний час, а для β -процесу — початковому об'єму, поляризованому в напрямку поля до його прикладання та відносного поля активації зародження і розростання доменів.

Узагальнені нормовані моделі зі змішаним нормуванням виявилися зручнішими для висування певних вимог до параметрів сегнетоелектричного матеріалу з метою отримання заданих характеристик сегнетоелектричних запам'ятовувальних елементів за швидкодії і інтенсивності струмів перемикання.

Ключові слова: FRAM-пам'ять, перемикання поляризації, сегнетоелектричний конденсатор, переполіаризація, поляризаційне поле.

Вступ

Зростаючий інтерес до сегнетоелектричних матеріалів зумовлений не тільки їхніми унікальними фізичними властивостями, а й можливостями широкого застосування в техніці.

Переполіаризації сегнетоелектриків приділялась прискіплива увага з перших років їхніх досліджень, оскільки саме переполіаризація виділяє сегнетоелектрики в особливий клас активних речовин. Але і в наш час задачі, пов'язані з переполіаризацією, далекі від остаточного розв'язання і висловлюються думки, що загальна теорія переполіаризації, яка б охоплювала всі класи сегнетоелектриків взагалі неможлива [1].

Новий напрямок в дослідженні сегнетоелектриків, відомий як «дослідження з перших принципів», поки що не дав вагомих результатів щодо процесів переполіаризації і розрахунки з перших принципів придатні для дослідження обмеженого кола базових пристроїв наноелектроніки малої складності і зовсім не придатні для розрахунку характеристик наноелектронних пристроїв, які складаються з великої кількості елементів нанорозмірного масштабу [2].

Зазначені обставини створили передумови, за яких розробники FRAM-пам'яті намагаються вирішувати проблему моделювання переполіаризації, створюючи, так звані, «поведінкові» моделі, які моделюють експериментальні результати, отримані для елементів, виготовлених за певними технологічними нормами [3].

Актуальність роботи полягає в тому, що класичні моделі динамічної переполяризації сегнетоелектриків не враховують розмірні ефекти в нанорозмірних елементах, які є вирішальними для елементів пам'яті.

Метою роботи є розроблення математичної моделі перемикавання електричної поляризованості тонкоплівкових сегнетоконденсаторів.

Об'єкт дослідження — процеси перемикавання поляризованості сегнетоелектричних плівок нанорозмірних запам'ятовувальних елементів.

Методи дослідження — прикладний теоретичний аналіз та математичне моделювання.

Результати дослідження

Фізичні механізми переполяризації сегнетоелектриків в основних своїх рисах схожі з тими, які спостерігаються під час кристалізації розплаву в процесі його охолодження. В роботах А. Н. Колмогорова [4] і М. Аврамі [5] розроблені геометрико-ймовірнісні моделі кристалізації розплаву, які перенесені Ү. Ishibashi [6] на процеси переполяризації сегнетоелектриків.

Основними механізмами переполяризації є:

1. Зародження доменів оберненої полярності (доменів зі спонтанною поляризованістю орієнтованою за полем).
2. Швидке розростання утворених доменів в напрямку поля через всю товщину сегнетоелектрика без помітної зміни їхніх поперечних розмірів (утворення голчастих доменів).
3. Бічне розростання голчастих доменів в напрямках поперечних полю.
4. Перекриття доменів в процесі їхнього бічного розростання.

Переполяризація може також розпочатися зі розростання прихованих і орієнтованих за полем зародків доменів, які були в сегнетоелектрику до прикладання поля, і продовжуватися у відповідності з описаною послідовністю.

Значний вплив на процес виникнення зародків і їхнього розростання створює поверхня сегнетоелектрика, врахування якої викликає найбільші труднощі. Тому в основу кристалізаційної моделі переполяризації сегнетоелектриків покладені такі спрощення [7]:

1. Об'єм сегнетоелектрика вважається необмеженим, і впливом поверхні на утворення і розростання доменів можна знехтувати.

2. Рівномірний розподіл центрів утворення зародків доменів або прихованих зародків, орієнтованих за полем. Це дозволяє процес зародкування характеризувати інтенсивністю $\chi(t)$, яка дорівнює кількості зародків, що виникають в одиниці об'єму за одиницю часу (χ -процес). Аналогічно, початковий розподіл прихованих зародків доменів характеризується густиною зародків β , тобто кількістю зародків в одиниці об'єму (β -процес).

3. Всі зародки доменів незалежно від місця і часу їхнього зародження, а також приховані зародки, мають однакову форму і зберігають її в процесі розростання. Це дозволяє визначати об'єм доменів у будь-яку мить функцією однієї просторової змінної — радіуса $R(t)$ і одного параметра k -коефіцієнта форми. Якщо домени мають сферичну форму, то об'єм становить $4/3(\pi R^3)$ і коефіцієнт форми

$k = 4\pi/3$. У циліндричної форми доменів їхній об'єм дорівнює $2\pi R^3$ (за умови, що висота циліндра дорівнює його діаметру) і коефіцієнт форми $k = 2\pi$. У кубічної форми доменів $k = 8$, якщо всі ребра куба дорівнюють $2R$.

Для сегнетоелектричних тонких плівок час переполяризації визначається переважно бічним розростанням голчастих доменів. В цьому випадку за циліндричної форми доменів їхній об'єм дорівнює $\pi R^2 h$, де h — товщина плівки, і коефіцієнт форми $k = \pi h$.

4. В кожному мить швидкості переміщення доменних стінок за усіма напрямками однакові. При зіткненні фронтів суміжних доменів, які ростуть назустріч, домени продовжують розростатися, не помічаючи один одного. Таке спрощення збільшує об'єм переполяризованої частини сегнетоелектрика і для компенсації цього явища приймається, що переполяризована і непереполаризована долі будь-якого одиничного об'єму, взяті разом, не перевищують одиничного об'єму.

Розробка математичної моделі

Матеріали цієї частини статті, з деякими доповненнями, базуються на результатах роботи [8].

Розглядаємо одиничний об'єм в необмеженому сегнетоелектрику, в якому в час $t = 0$ створене електричне поле з напруженістю достатньою для реорієнтації поляризованості. Позначимо через

$q(\xi)$ непереполаризовану долю одиничного об'єму на момент $\xi > 0$. Тоді, кількість зародків доменів, орієнтованих за полем, які виникають в проміжку часу від ξ до $\xi + d\xi$ у χ -процесі дорівнюватиме $dn(\xi) = \chi(\xi)q(\xi)d\xi$. Утворені зародки почнуть розростатися і на момент $t > \xi$ їхній радіус визначиться

$$R(\xi, t) = R_C + \int_{\xi}^t V(t) dt, \quad (1)$$

де R_C — середньостатистичний радіус зародків доменів на момент їхнього виникнення або середньостатистичний радіус прихованих доменів оберненої полярності, а $V(t)$ — швидкість розростання доменів. Якщо $V(t) = V = \text{const}$, то вираз (1) набуває вигляду

$$R(\xi, t) = R_C + V(t - \xi).$$

Прирощення переполаризованої долі одиничного об'єму за час від ξ до t ($t > \xi$), зумовлене зародками, що виникли в проміжку часу $(\xi, \xi + d\xi)$ складатиме

$$dQ(\xi) = \chi(\xi)q(\xi)kR^n(\xi)d\xi. \quad (2)$$

Оскільки прирощення переполаризованої долі одиничного об'єму дорівнює зменшенню непереполаризованої, то остання визначиться так:

$$dq(\xi) = -dQ(\xi) = -\chi(\xi)q(\xi)kR^n(\xi, t)d\xi. \quad (3)$$

Перепишучи співвідношення (2) у вигляді рівняння

$$\frac{dq(\xi)}{q(\xi)} = -\chi(\xi)kR^n(\xi, t)d\xi \quad (4)$$

і інтегруючи його в межах від 0 до t , отримаємо часову залежність непереполаризованої частини одиничного об'єму

$$q(t) = q(0)\exp(-A), \quad (5)$$

де $A = \int_0^t \chi(\xi)kR^n(\xi, t)d\xi$ — (6)

характеристичний параметр χ -процесу, для якого $q(0) = 1$.

Для β -процесу можна вважати $\chi(\xi) = \beta\delta(\xi)$, де $\delta(\xi)$ — одинична імпульсна функція, і перетворити вираз (6) до вигляду

$$A = \beta k R^n(t), \quad (7)$$

де $R(t)$ — визначається виразом (1), за $\xi = 0$.

Крім того, для β -процесу $q(0) < 1$ для тієї частки одиничного об'єму, яка припадає на зародки прихованих доменів, орієнтованих за полем. Оскільки цю частку практично неможливо визначити, то далі вважатиметься, що для β -процесу $q(0) = 1$.

Переполаризована частка одиничного об'єму χ - і β -процесів

$$Q(t) = 1 - \exp(-A). \quad (8)$$

Визначення поляризованості і густини струму χ -процесу

Оскільки поляризованість визначається як загальний дипольний момент одиниці об'єму, то, прийнявши, що в переполаризованій частині сегнетоелектрика поляризованість P_S , а в непереполаризованій — P_s , отримаємо

$$P = P_S Q(t) - P_s q(t) = P_S [1 - 2\exp(-A)], \quad (9)$$

а густина струму

$$\delta = \frac{dP}{dt} = 2P_S A' \exp(-A), \quad (10)$$

де A визначається співвідношенням (6), а

$$A' = \frac{dA}{dt} = knV(t) \int_0^t \chi(\xi) R^{n-1}(\xi, t) d\xi. \quad (11)$$

В найпростішому випадку $\chi(\xi) = \chi = \text{const}$, $V(t) = V_\infty \exp(-\alpha/E) = \text{const}$ і за умови, що $R_C = 0$, співвідношення (9) і (10) з урахуванням (1) набудуть такого вигляду:

$$\frac{P}{P_S} = 1 - 2 \exp\left(-A_0 e^{-n\alpha/E} \cdot \frac{t^{n+1}}{n+1}\right); \quad (12)$$

$$\delta = 2A_0 P_S e^{-n\alpha/E} \cdot t^n \exp\left(-A_0 e^{-n\alpha/E} \frac{t^{n+1}}{n+1}\right), \quad (13)$$

де $A_0 = \chi k V_\infty^n$.

При переполаризації тонких плівок бічним розростанням голчастих циліндричних доменів

$$\frac{P}{P_S} = 1 - 2 \exp\left(-A_0 e^{-2\alpha/E} \cdot t^3\right); \quad (14)$$

$$\delta = 2A_0 P_S e^{-2\alpha/E} \cdot t^2 \exp\left(-\frac{1}{3} A_0 e^{-2\alpha/E} t^3\right), \quad (15)$$

де $A_0 = \frac{1}{3} \pi \chi h V^2$, h — товщина плівки.

Зовнішня структура виразів (12) або (14) схожа з аналогічним виразом для поляризованості в моделі 1-го порядку: аргументи зовнішніх експонент обох виразів визначаються добутком двох множників, один з яких є функцією напруженості поля, а другий функцією часу. Проте, в кристалізаційній моделі в показнику внутрішньої експоненти є множник $n \geq 1$. Тому з $n > 1$ поляризаційна характеристика кристалізаційної моделі буде зміщена вправо (в бік більших напруженостей) порівняно з фізичною моделлю 1-го порядку.

Часовий множник в показнику зовнішньої експоненти (див. (12)) має степінь $n+1 > 1$. Звідси випливає, що перемикальна характеристика буде повільніше зростати на початку, під більшим кутом перетинати вісь часу і повільніше наближатись до насиченого значення.

Проведення чисельних оцінок перемикальної напруженості і її зв'язку з тривалістю перемикального імпульсу, а також максимального значення густини струму та відповідної миті, ускладнюється відсутністю чисельних значень параметрів кристалізаційної моделі, таких як χ , V_∞ , k і n (n — може набувати дробових значень, у разі суміщення χ - і β -процесів). Зазначені параметри мають визначатись з порівняння експериментальних і теоретичних результатів так, щоб розбіжності між ними були мінімальними. Для зручності такого порівняння доцільно перейти до безрозмірних параметрів.

Нормування параметрів кристалізаційної моделі (χ -процес)

Як нормуючі величини доцільно взяти поляризованість насичення P_S , максимальне значення густини струму δ_m та час t_m , в який цей максимум спостерігається. Нормування проведемо для згаданого раніше найпростішого випадку $\chi(\xi) = \chi = \text{const}$, $V(t) = V = \text{const}$, але $R_C \neq 0$. За цих умов співвідношенню (6), з урахуванням (1), можна надати вигляду:

$$A = \left(\frac{t+t_C}{t_0}\right)^{n+1} - \left(\frac{t_C}{t_0}\right)^{n+1}, \quad (16)$$

$$\text{де } t_C = \frac{R_C}{V}; \quad t_0 = \left(\frac{n+1}{k\chi V^n} \right)^{\frac{1}{n+1}}, \quad (17)$$

і перетворити вирази (9) і (10)

$$\frac{P}{P_S} = 1 - 2 \exp\left(\frac{t_C}{t_0}\right)^{n+1} e^{-\left(\frac{t+t_C}{t_0}\right)^{n+1}}; \quad (18)$$

$$\delta = 2 \frac{P_S}{t_0} (n+1) \left(\frac{t+t_C}{t_0}\right)^n \exp\left(\frac{t_C}{t_0}\right)^{n+1} e^{-\left(\frac{t+t_C}{t_0}\right)^{n+1}}. \quad (19)$$

Час t_C — є часом подвоєння радіусу зародка, а час t_0 має зміст сталої часу χ -процесу, тобто t_0 — це час, за який змінна складова поляризованості у виразі зменшується в $e \approx 2,718$ разів, за умови, що час t_C нехтовно малий.

Аналіз виразу (19) на екстремум дає такі значення максимальної густини струму δ_m і відповідно часу t_m :

$$\delta_m = 2 \frac{P_S}{t_0} \left[(n+1) \left(\frac{n}{e} \right)^n \right]^{\frac{1}{n+1}} \exp\left(\frac{t_C}{t_0}\right)^{n+1}; \quad (20)$$

$$t_m = t_0 \left[\left(\frac{n}{n+1} \right)^{\frac{1}{n+1}} - \frac{t_C}{t_0} \right]. \quad (21)$$

З виразу (21) випливає, що стала часу, в залежності від збільшення розмірності n , змінюється в межах $t_0 \approx (0,71 \dots 0,93)(t_m + t_C)$, тобто може бути як меншою t_m (t_C — мале), так і більшою t_m (t_C — велике).

Узагальненим параметром χ -процесу є безрозмірна величина

$$\frac{\delta_m t_m}{P_S} = \frac{2n}{1+a} \exp\left\{ \frac{n}{n+1} \left[\left(\frac{a}{1+a} \right)^{n+1} - 1 \right] \right\},$$

де $a = t_C/t_m$.

Ввівши далі нормований час $\theta = t/t_m$, перетворимо вирази (18), (19) до вигляду:

$$\frac{P(\theta)}{P_S} = 1 - 2K_1 e^{-\frac{n}{n+1} \left(\frac{a+\theta}{1+a} \right)^{n+1}}; \quad (22)$$

$$\frac{\delta(\theta)}{\delta_m} = K_2 \left(\frac{a+\theta}{1+a} \right)^n e^{-\frac{n}{n+1} \left(\frac{a+\theta}{1+a} \right)^{n+1}}, \quad (23)$$

$$\text{де } K_1 = \exp\left[\frac{n}{n+1} \left(\frac{a}{1+a} \right)^{n+1} \right]; \quad K_2 = \exp\left(\frac{n}{n+1} \right).$$

Величина $K_1 = 1$, якщо початковий радіус зародків доменів зневажливо малий ($t_C \ll t_m$), та повільно зростає з його збільшенням ($\partial K_1/\partial a = 0$, якщо $a = 0$). Величина K_2 зі збільшенням розмірності доменів від $n = 1$ до $n = 3$, збільшується приблизно від 1,6 до 2,1.

Визначення поляризованості і густини струму β -процесу

Поляризованість і густина струму β -процесу також визначаються співвідношеннями (18) і (19), в яких параметр A визначається за виразом (7), а відповідна похідна

$$A' = \beta knV(t)R^{n-1}(t).$$

Якщо $V(t) = V_\infty \exp(-\alpha/E) = \text{const}$ і $R_C = 0$, то поляризованість і густина струму β -процесу визначаються так:

$$\frac{P}{P_S} = 1 - 2 \exp\left(-B_0 e^{-\frac{n\alpha}{E}} t^n\right); \quad (24)$$

$$\delta = 2B_0 n e^{-\frac{n\alpha}{E}} t^{n-1} \exp\left(-B_0 e^{-\frac{n\alpha}{E}} t^n\right), \quad (25)$$

де $B_0 = \beta k V_\infty^n$.

У разі переполяризації тонких плівок бічним розростанням голчастих циліндричних доменів

$$\frac{P}{P_S} = 1 - 2 \exp\left(-B_0 e^{-\frac{2\alpha}{E}} t^2\right); \quad (26)$$

$$\delta = 4B_0 e^{-\frac{2\alpha}{E}} t \exp\left(-B_0 e^{-\frac{2\alpha}{E}} t^2\right), \quad (27)$$

де $B_0 = \beta \pi h V_\infty^2$.

Все раніше сказане стосовно порівняння характеристик χ -процесу та фізичної моделі 1-го порядку, а також можливості проведення чисельних оцінок параметрів χ -процесу, відноситься і для β -процесу.

Так для β -процесу за умов, що $V(t) = V = \text{const}$ і $R_C \neq 0$, вирази (18) і (19) набудуть вигляду:

$$P = P_S \left\{ 1 - 2 \exp\left[-\left(\frac{t+t_C}{t_0}\right)^n\right] \right\}; \quad (28)$$

$$\delta = 2 \frac{P_S}{t_0} n \left(\frac{t+t_C}{t_0}\right)^{n-1} \exp\left[-\left(\frac{t+t_C}{t_0}\right)^n\right], \quad (29)$$

де $t_C = R_C/V$ і $t_0 = (V^n k \beta)^{-1/n}$ — величини, фізичний зміст яких той самий, що і для χ -процесу.

Максимальна густина струму δ_m та відповідний час t_m , для β -процесу визначаються виразами

$$\delta_m = 2 \frac{P_S}{t_0} \left[n \left(\frac{n-1}{e}\right)^{n-1} \right]^{1/n}; \quad (30)$$

$$t_m = t_0 \left[\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1/n} - \frac{t_C}{t_0} \right], \quad (31)$$

за якими знаходимо

$$\frac{\delta_m t_m}{P_S} = 2(n-1) \frac{t_m}{t_m + t_C} \exp\left(-\frac{n-1}{n}\right). \quad (32)$$

Нормовані характеристики β -процесу визначають аналогічно

$$\frac{P(\theta)}{P_S} = 1 - 2e^{-\frac{n-1}{n} \left(\frac{\theta+a}{1+a}\right)^n}; \quad (33)$$

$$\frac{\delta(\theta)}{\delta_m} = K_3 \left(\frac{a + \theta}{1 + a} \right)^{n-1} e^{-\frac{n-1}{n} \left(\frac{\theta+a}{1+a} \right)^n}, \quad (34)$$

де $K_3 = \exp(n - 1/n)$.

Порівняння нормованих характеристик (22) і (23) χ -процесу та відповідних характеристик (33) і (34) β -процесу свідчить, що останні мають на одиницю меншу розмірність. Оскільки реально можуть мати місце водночас χ - і β -процеси, то розмірність росту доменів може набувати дробових значень. Остаточні висновки щодо адекватності кристалізаційних моделей процесам переполаризації сегнетоконденсаторів можуть бути зроблені порівнянням експериментальних і теоретичних результатів за умов оптимального визначення параметрів кристалізаційних моделей.

Вплив неоднорідності поляризуючого поля на характеристики сегнетоконденсаторів

Зменшення розмірів сегнетоелектричних елементів пам'яті та підвищення щільності їхнього пакування супроводжується як погіршенням характеристик елементів, так і збільшенням паразитних зв'язків між ними [8]. Зазначені явища, пов'язані з неоднорідністю поляризуючого поля поблизу границь електродів, отримали назву крайових ефектів поля.

Рівень впливу крайових ефектів поля на характеристики сегнетоелектричних конденсаторів залежить від співвідношення між товщиною сегнетоелектричної плівки та розмірами і формою електродів, а також діелектричних властивостей самої плівки та навколишнього середовища. Для реальних сегнетоконденсаторних запам'ятовувальних елементів оцінити вплив всіх факторів на їхні динамічні характеристики практично неможливо. Тому авторами проаналізовано вплив крайових ефектів поля на поляризаційну характеристику в статичному режимі для найпростішої форми електродів та за умови, що сегнетоматеріал має прямокутну петлю гістерезису.

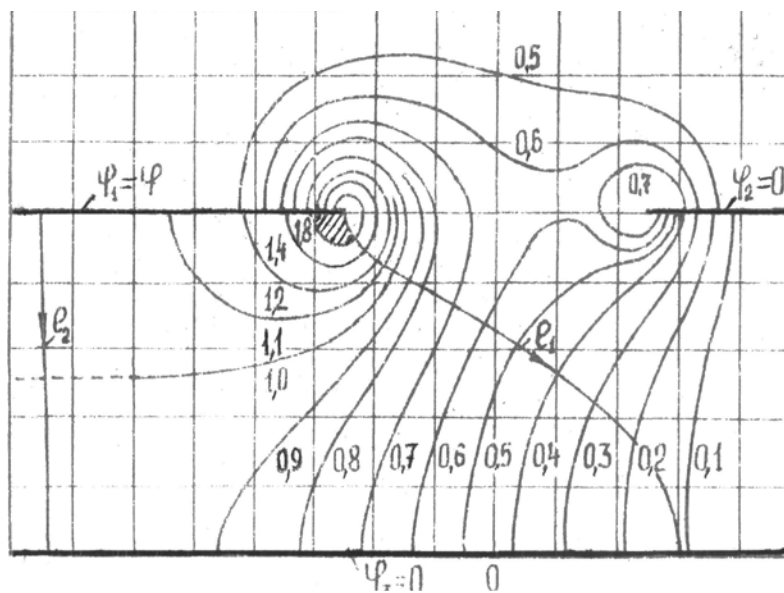


Рис. 1. Розподіл напруженості плоско-паралельного електричного поля: жирні лінії — електроди; тонкі лінії — лінії рівної напруженості

На рис. 1 показаний один з варіантів взаємного розташування границь електродів двох суміжних конденсаторів, виготовлених на спільній сегнетоелектричній плівці. Електроди конденсаторів зі статичними потенціалами $\varphi_1 = \varphi$ і $\varphi_2 = \varphi_3 = 0$ зображені жирними лініями, а картина розподілу слідів поверхонь рівної напруженості плоско-паралельного поля — тонкими лініями, поруч з якими вказані відносні значення напруженості. Кожна лінія рівної напруженості розділяє сегнетоелектрик на дві частини: в одній частині напруженість менша ніж на лінії, а в другій — більша. Напрямки зменшення напруженості задаються

силовими лініями поля l_1 і l_2 , які обмежують робочу зону з неоднорідною напруженістю, вибраного під час зчитування або запису елемента (силова лінія l_1 є останньою, що виходить з електрода 1 і закінчується на спільному для обох конденсаторів електроді 3; лівіше лінії l_2 електричне поле практично однорідне).

Зі збільшенням напруженості (зростанні потенціалу φ) спочатку переполаризується зона поблизу електрода 1 (одна з таких зон рис. 1 заштрихована). Потім переполаризована зона розширюється, збільшуючи середнє значення поляризованості робочої зони сегнетоконденсатора. Відповідна залежність середньої поляризованості від напруженості поля показана на рис. 2, де крива 1 — початкова поляризаційна характеристика, 2 — поляризаційна характеристика за циклічної

зміни напруженості поля, інтенсивність якого недостатня для досягнення поляризованості насичення і 3 — гранична поляризаційна характеристика. Таким чином, прямокутна петля гістерезису сегнетоматеріалу через неоднорідність поля поляризації, перетворюється в непрямокутну поляризаційну характеристику сегнетоконденсатора.

Зниження прямокутності поляризаційної характеристики відповідним чином впливає і на перемикальну характеристику, тобто поляризованість повільніше зростає в часі на початку і повільніше наближається до насичення в кінці. Внаслідок — перемикальну поляризованість затягується, зростає час перемикальня і зменшується максимальне значення переполіаризаційного струму. Останнє потребує збільшення розмірів електродів тонкоплівкових сегнетоконденсаторів і відповідного зменшення щільності їхнього пакування.

Негативний вплив крайових ефектів поля на сегнетоелектричну пам'ять проявляється і в тому, що зони підвищеної напруженості поблизу границь електродів, невібраних під час зчитування або запису елементів, будуть паразитно переполіаризовуватись. Паразитна переполіаризація, швидше за все, не може привести до помилкового зчитування, оскільки області такої переполіаризації малі. Проте, для запобігання, хай навіть малоімовірних помилкових зчитувань, треба вибирати такі варіанти матричної адресації, за яких зони паразитної переполіаризації будуть мінімальними. Крім того, паразитна переполіаризація суміжних елементів зменшить їхній зчитаний сигнал, коли ці елементи будуть вибраними. Для усунення такого ефекту також треба збільшувати розміри елементів і відстань між ними.

Для кількісної оцінки впливу крайових ефектів поля на характеристики сегнетоконденсаторів введемо поняття коефіцієнта прямокутності поляризаційної характеристики, який визначимо відношенням коерцитивної напруженості (напруженості, за якої поляризованість змінює знак) до напруженості, за якої поляризованість складає $0,9P_S$ (P_S — поляризованість насичення). Статичний коефіцієнт прямокутності легко визначити за статичними петлями гістерезису рис. 2. Так для граничної петлі гістерезису (крива 3) коефіцієнт прямокутності $K_{II} \approx 1/1,7 \approx 0,6$.

Отримане значення відповідає сегнетоконденсатору рис. 1, у якого робоча зона сегнетоелектрика обмежена силовими лініями l_1 і l_2 . Чим більша робоча зона у напрямку однорідного поля, тим більшим буде коефіцієнт прямокутності. Значення коефіцієнта прямокутності $K_{II} = 0,6$ слід вважати мінімально допустимим. Саме на такий коефіцієнт прямокутності треба орієнтуватися для визначення мінімальних розмірів тонкоплівкових сегнетоконденсаторів, під час проектування сегнетоелектричних запам'ятовувальних пристроїв.

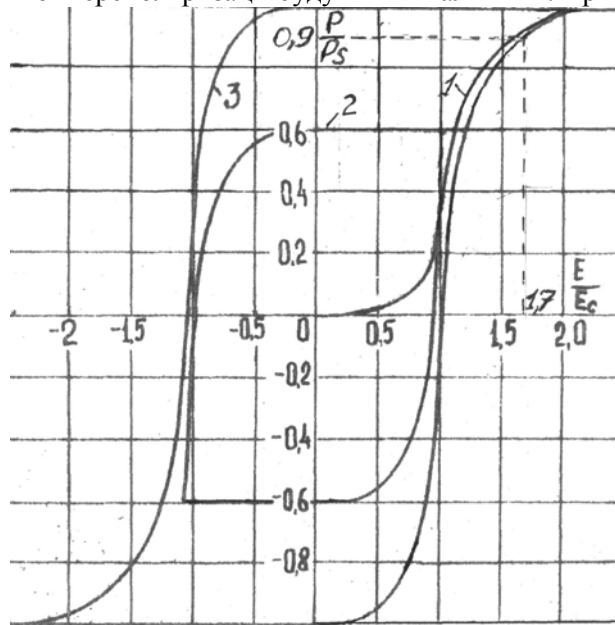


Рис. 2. Петлі гістерезису сегнетоелектричного конденсатора в неоднорідному електричному полі: 1 — початкова; 2 — часткова; 3 — гранична

Висновки

Проведено узагальнення кристалізаційної моделі перемикальня поляризованості сегнетоелектричного конденсатора на випадок її довільного початкового значення. З'ясовано, що фізична модель 1-го порядку є окремим випадком узагальненої кристалізаційної моделі, яка пов'язує процеси переполіаризації лише з зароджуванням доменів без її подальшого розростання.

Розроблено математичну модель перемикальня електричної поляризації сегнетоелектричного конденсатора, яка базується на відомій кристалізаційній моделі, проте відрізняється введенням початкового значення поляризованості та змішаним — часовим і просторовим нормуванням параметрів сегнетоелектричного матеріалу. Розроблені два варіанти її практичної реалізації — моделі χ - і β -процесів перемикальня електричної поляризованості сегнетоелектриків, названі χ - і β -моделями.

Проведено дискретизацію кристалізаційних моделей переполіаризації, як гнучкіших, порівняно з фізичними моделями, та розроблені алгоритми чисельного розрахунку перемикальня і поляризаційних характеристик сегнетоконденсатора для χ - і β -поляризаційних процесів. Алгоритми по-

дані у вигляді блочних обчислювальних процедур, придатних для комп'ютерної реалізації.

Проведені розрахунки поляризуючого поля поблизу границь електродів тонкоплівкових сегнето-конденсаторів, за якими побудовані діаграми розподілу напруженості в їхніх робочих зонах. За результатами розрахунків побудовані поляризаційні характеристики сегнетоконденсаторів, що виявляють вплив крайових ефектів поля на прямокутність поляризаційних і перемикальних характеристик. З'ясовано, що зниження прямокутності характеристик затягує в часі поляризаційний процес та збільшує час перемикання, знижує максимальне значення густини поляризаційного струму та посилює паразитні зв'язки між конденсаторами, виготовленими на одній сегнетоелектричній плівці. Значені негативні явища обмежують як мінімальні розміри елементів та щільність їхнього пакування, так і можливі варіанти матричної адресації запам'ятовувальних пристроїв. Крім того, зчитаний сигнал вибраних елементів зменшується через паразитну поляризацію приелектродних прошарків, яка виникає, коли цей елемент був суміжним, але не вибраним.

Для врахування негативного впливу крайових ефектів поля на сегнетоелектричні запам'ятовувальні пристрої довірчої вибірки запропоновано користуватися коефіцієнтом прямокутності поляризаційних характеристик, значення якого залежить від співвідношення між розмірами електродів та товщиною сегнетоелектричної плівки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Karin M. Rabe, Charles H. Ahn, Karin M. Rabe, Charles H. Ahn, and Jean-Marc Triscone (Eds.) *Physics of Ferroelectrics a Modern Perspective*, перев. Б. А. Струков, А. И. Лебедев. *Физика сегнетоэлектриков: современный взгляд*. Москва, РФ: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011, 440 с.
- [2] І. О. Барабан, В. Л. Вовк, і В. М. Кичак, «Оцінювання залежності часу затримки перемикання на базі аморфних напівпровідників», у Матеріалах L науково-технічної конференції підрозділів ВНТУ, Вінниця, 2021 р. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-frtzip/all-frtzip-2021/paper/view/11555/9660>.
- [3] Z. Chen, M. Lim, and V. Joshi, "Advanced simulation tool for FeRAM design," *Integrated Ferroelectrics*, no. 40, pp. 101-112, 2001.
- [4] *Kolmogorov in Perspective. Providence (History of Mathematics. V. 20)*. London: Amer. Math. Soc.; London Math. Soc., 2000.
- [5] A. C. Faleiros et al., "Kinetics of phase change," *Mat. Res. São Carlos*, v. 3, no. 3, pp. 51-60, July 2000. Available: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-14392000000300002&lng=en&nrm=iso. Access: 24 Mar. 2021. <http://dx.doi.org/10.1590/S1516-14392000000300002>.
- [6] G. Zhou, et al., "On ferroelectric domain polarization switching mechanism subject to an external electric field by simulations with the phase-field method," *Sci. China Technol. Sci*, no. 56, pp. 1129-1138, 2013. <https://doi.org/10.1007/s11431-013-5135-3>.
- [7] К. А. Воротилов, В. М. Мухортов, и А. С. Сигов, *Интегрированные сегнетоэлектрические устройства*. Москва, РФ: Энергоатомиздат, 2011, 175 с.
- [8] А. А. Божко, и Я. В. Мартынюк, «К вопросу о переполаризации сегнетоэлектриков», *Радиотехнические устройства контроля и обработки информации*, сб. науч. тр. Киев: УМК ВО, 1992, с. 118-122.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем та телебачення ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 29.03.2021

Кичак Василь Мартинович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри телекомунікаційних систем та телебачення, e-mail: kychak@vntu.edu.ua ;

Барабан Інна Олександрівна — магістр з метрології та вимірювальної техніки, e-mail: akakieva@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

V. M. Kychak¹
I. O. Baraban¹

Development of a Mathematical Model of Electrical Polarization Switching in a Ferroelectric Capacitor

¹Vinnitsia National Technical University

In this paper, a mathematical model of switching the electrical polarization of a ferroelectric capacitor was developed, which adequately reflects the processes of writing and reading in the elements of FRAM-memory and is suitable for developing automated design of ferroelectric storage elements and devices. Physical models of switching electrical polarization in a ferroelectric capacitor are found only in isolated cases of crystallization under certain assumptions about the dimension of

domains, the processes of their nucleation, growth and overlap. Therefore, the work carried out the transfer of the known geometric-probabilistic model of melt crystallization to the processes of repolarization of ferroelectrics. For this crystallization model, two variants of its practical implementation have been developed — for χ - and β -processes. Accordingly, in the mathematical model we can distinguish two components, calling them χ - and β -models of switching polarization in a ferroelectric capacitor.

The difference between the developed model and others is that in the crystallization model the initial value of polarization is introduced and mixed (temporal and spatial) normalization of the parameters of the ferroelectric material is performed. In particular, the concept of characteristic time is introduced, which is the time of doubling the radius of embryos in fields with intensities much larger than the activation fields; characteristic volume, which for the χ -process is equal to the volume repolarized by germination over the characteristic time, and for the β -process — the initial volume, polarized in the direction of the field before its application and the relative field of activation of germination and growth of domains.

Generalized normalized models with mixed rationing proved to be more convenient for setting certain requirements for the parameters of ferroelectric material in order to obtain the specified characteristics of ferroelectric storage elements in terms of speed and intensity of switching currents.

Keywords: FRAM memory, polarization switching, ferroelectric capacitor, repolarization, polarization field.

Kychak Vasyi M. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Telecommunication Systems and Television, e-mail: kychak@vntu.edu.ua ;

Baraban Inna O. — Master of Metrology and Measurement Technology, e-mail: akakieva@gmail.com

В. М. Кичак¹
И. А. Барабан¹

Разработка математической модели переключения электрической поляризации в сегнетоэлектрическом конденсаторе

¹Вінницький національний технічний університет

Разработана математическая модель переключения электрической поляризации сегнетоэлектрического конденсатора, которая адекватно отражает процессы записи и считывания в элементах FRAM-памяти и пригодна для разработки автоматизированного проектирования сегнетоэлектрических накопительных элементов и устройств. Физические модели переключения электрической поляризации в сегнетоэлектрическом конденсаторе оказываются лишь частными случаями кристаллизационных при определенных предположениях относительно размерности доменов, процессов их зарождения, разрастания и перекрытия. Поэтому в работе проведен перенос известной геометрико-вероятностной модели кристаллизации расплава на процессы переполаризации сегнетоэлектриков. Для данной кристаллизационной модели разработаны два варианта ее практической реализации — для χ - и β -процессов. Соответственно в математической модели можно выделить две составляющие, назвав их χ - и β -моделями переключения поляризации в сегнетоэлектрическом конденсаторе.

Отличие разработанной модели от других заключается в том, что в кристаллизационной модели вводится начальное значение поляризации и проводится смешанное (временное и пространственное) нормирование параметров сегнетоэлектрического материала. В частности, введено понятие характеристического времени, которое является временем удвоения радиуса зародышей в полях с напряженностью значительно больше полей активации; характеристического объема, который для χ -процесса равен переполаризованному зарождению объема за характеристическое время, а для β -процесса — начальному объему, поляризованному в направлении поля и относительно поля активации зарождения и разрастания доменов.

Обобщенные нормированные модели со смешанным нормированием оказались более удобными для выдвигения определенных требований к параметрам сегнетоэлектрического материала с целью получения заданных характеристик сегнетоэлектрических запоминающих элементов по быстрдействию и интенсивности переключающих токов.

Ключевые слова: FRAM-память, переключение поляризации, сегнетоэлектрический конденсатор, переполаризация, поляризационное поле.

Кичак Василий Мартынович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой телекоммуникационных систем и телевидения, e-mail: kychak@vntu.edu.ua ;

Барабан Инна Александровна — магистр по метрологии и измерительной технике, e-mail: akakieva@gmail.com