

Б. І. Мокін¹
 О. Б. Мокін¹
 О. М. Кривоніс¹

МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ОДНОГО КЛАСУ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ЗІ ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ

¹Вінницький національний технічний університет

Запропоновано метод ідентифікації математичної моделі одного класу лінійних динамічних систем зі змінними параметрами, до якого відноситься тяговий електропривод підйомного крану зі змінними параметрами, обумовленими змінами в часі приведенного моменту інерції махових мас та змінами в часі моменту навантаження тягового електродвигуна при підніманні (опусканні) вантажу. Запропоновано і обґрунтовано розрахункові співвідношення, за допомогою яких визначаються зміни в часі приведенного моменту інерції тягового електропривода, зумовлені намотуванням і змотуванням троса з підвішеним вантажем, на катушку, зв'язану через редуктор з валом електродвигуна. Запропоновано і обґрунтовано також розрахункові співвідношення, за допомогою яких визначаються зміни в часі моменту навантаження, зумовлені вкороченням та видовженням троса з підвішеним вантажем, в результаті піднімання чи опускання цього вантажу. Розроблено покроковий алгоритм визначення усіх параметрів математичної моделі динаміки кранового електропривода зі змінними в часі моментом інерції махових мас та моментом навантаження. Наведено результати моделювання динаміки системи електропривода при розгоні, гальмуванні, усталеній швидкості, холостому ході та реверсі тягового електродвигуна з урахуванням змінних параметрів та використанням математичної моделі, ідентифікованої конкретними паспортними характеристиками тягового електродвигуна, редуктора та троса, у графічному програмному середовищі Simulink пакету прикладних програм MATLAB. Виконано порівняльний аналіз отриманих результатів і показано, що використання класичного рівняння динаміки системи електропривода, яке містить сталий момент інерції і сталий момент навантаження, приводить до суттєвих похибок, навіть незважаючи на плавне регулювання швидкості з використанням частотних регуляторів для асинхронних електродвигунів та використанням силових транзисторів для регулювання електродвигунів постійного струму шляхом зміни напруги, що подається на якір електродвигуна.

Ключові слова: лінійна динамічна система зі змінними параметрами, математична модель, метод ідентифікації, крановий електропривод, змінний момент інерції махових мас, змінний момент навантаження, моделювання, порівняльний аналіз.

Вихідні передумови та постановка задачі

З публікацій, в яких досліджено процеси в електромеханічних системах підйомних кранів, що виникають при підніманні/опусканні вантажів, у тому числі і публікацій [1], [2], [3], випливає, що графік зміни кутової швидкості в часі за повний робочий цикл піднімання і опускання вантажу повинен мати вигляд, показаний на рис. 1, оскільки лише за такого графіка зміни кутової швидкості в тросі, на якому підвішено вантаж, не виникатимуть повздовжні ко-

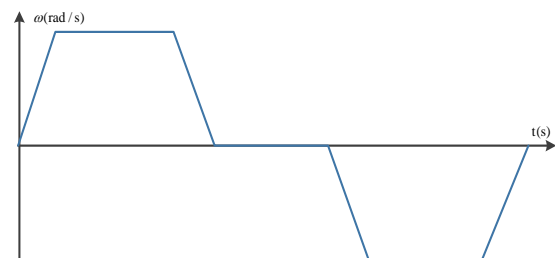


Рис. 1. Графік робочого циклу зміни швидкості обертання вала електродвигуна системи електропривода підйомного крана

ливання, завдяки яким при відриві вантажу від площини, на якій він стоїть, чи в момент дотику вантажу до площини, на яку він ставиться, і вантаж і площина можуть отримувати серії ударів, від яких можлива втрата вантажем своїх товарних властивостей або руйнування місця розміщення вантажу.

Але авторами цих публікацій пропонується для забезпечення такого графіка зміни кутової швидкості обертання вала тягового електродвигуна закон зміни струму якоря тягового електродвигуна постійного струму, електромагнітний момент M_{ed} якого створюється цим струмом, та закон зміни частоти струму тягового асинхронного двигуна, електромагнітний момент якого залежить від цієї частоти, формувати з використанням рівняння динаміки електропривода, в якому не враховується змінність в часі t приведенного моменту інерції J махових мас системи електропривода та змінність у часі моменту навантаження M_w . Тобто, з використанням рівняння динаміки електропривода у вигляді

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{ed} - M_w = \Delta M, \quad (1)$$

де на ділянках розгону і гальмування вала електродвигуна

$$\Delta M = \text{const} \quad (2)$$

та на ділянці, де вал електродвигуна обертається зі сталою кутовою швидкістю або не обертається зовсім

$$\Delta M = 0. \quad (3)$$

Однак, як показано в роботах авторів [4], [5], оскільки при підніманні вантажу і намотуванні у зв'язку з цим троса на барабан, з'єднаний через редуктор з валом електродвигуна, та розмотуванні цього троса з барабана при опусканні вантажу момент інерції махових мас електропривода та момент навантаження стають функціями часу, то для оцінки процесів в електромеханічній системі підйомного крана необхідно використовувати рівняння динаміки тягового електропривода не у вигляді (1), а у вигляді

$$\frac{d(J\omega)}{dt} = J(t) \frac{d\omega}{dt} + \omega(t) \frac{dJ}{dt} = M_{ed} - M_w(t) = \Delta M(t). \quad (4)$$

І, як встановлено в нашій роботі [4], цитуємо: «Якщо один цикл роботи системи електропривода підйомного крана чи вантажного скіпа розбити на три ділянки — $[0, t_1], [t_1, t_2], [t_2, t_3]$, на першій з яких тяговий електродвигун розганяється зі сталим кутовим прискоренням, на другій працює зі сталою кутовою швидкістю, а на третій гальмується зі сталим кутовим прискоренням, то, виконуючи відповідні математичні перетворення, можна знайти, що:

а) на ділянці розгону математична модель системи електропривода буде мати вигляд

– при підйомі вантажу

$$\left(J_0 + c_1 t + \frac{c_2}{2} t^2 \right) \frac{d\omega}{dt} + (c_1 + c_2 t) \omega = M(t) - M_{g0} + \alpha_1 t + \frac{\alpha_2}{2} t^2; \quad (5)$$

– при опусканні вантажу

$$\left(J_0 - c_1 t - \frac{c_2}{2} t^2 \right) \frac{d\omega}{dt} - (c_1 + c_2 t) \omega = M(t) - M_{g0} - \alpha_1 t - \frac{\alpha_2}{2} t^2; \quad (6)$$

б) на ділянці руху зі сталою кутовою швидкістю математична модель системи електропривода буде мати вигляд

– при підйомі вантажу

$$(c_1 + c_2(t - t_1)) \omega = M(t) - M_{g1} + \alpha_1(t - t_1); \quad (7)$$

– при опусканні вантажу

$$-(c_1 + c_2(t - t_1)) \omega = M(t) - M_{g1} - \alpha_1(t - t_1); \quad (8)$$

в) на ділянці гальмування математична модель системи електропривода буде мати вигляд

– при підйомі вантажу

$$\left(J_0 + c_1(t - t_2) + \frac{c_2}{2}(t - t_2)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} + (c_1 + c_2(t - t_2)) \omega = M(t) - M_{g2} + \alpha_1(t - t_2) + \frac{\alpha_2}{2}(t - t_2)^2; \quad (9)$$

– при опусканні вантажу

$$\left(J_0 - c_1(t-t_2) - \frac{c_2}{2}(t-t_2)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} - (c_1 + c_2(t-t_2))\omega = M(t) - M_{g2} - \alpha_1(t-t_2) - \frac{\alpha_2}{2}(t-t_2)^2. \quad (10)$$

Визначення числових значень коефіцієнтів, що входять до складу математичних моделей (5)—(10), є суттю задачі ідентифікації цих математичних моделей, розв'язанню якої буде присвячена окрема публікація» — кінець цитати.

І оскільки ця публікація є продовженням нашої попередньої публікації [4], то приведені співвідношення (1)—(10) слід вважати вихідними передумовами, а постановка задачі полягає в розробленні методу ідентифікації математичної моделі динаміки системи кранового електропривода у вигляді (2), яка відноситься до класу лінійних динамічних систем зі змінними параметрами.

Розв'язання поставленої задачі

Розв'язання задачі почнемо з трансформації вихідних передумов, що задаються рівняннями (7) і (8) на відрізках часу $[t_1, t_2]$ і $[t_5, t_6]$. У зв'язку з тим, що на цих відрізках кутова швидкість обертання ротора тягового електродвигуна є величиною сталою, то похідна від неї дорівнює нулю, а тому математична модель (4) трансформується у рівняння (7) при підніманні вантажу та у рівняння (8) при його опусканні за умови, що процес опускання теж віднесено до відрізка часу $[t_1, t_2]$.

А далі розглянемо питання, за яких умов доцільним є моделювання моменту навантаження M_w , створюваного вантажем, який піднімається чи опускається підйомним краном, та приведеного моменту інерції J системи кранового електропривода з використанням виразів

– при підніманні вантажу

$$M_w(t) = M_w(t_1) - \alpha_1(t-t_1); \quad (11)$$

$$M_w(t) = M_{w0} - \alpha_1 t - \frac{\alpha_2}{2} t^2; \quad (12)$$

$$M_w(t) = M_w(t_2) - \alpha_1(t-t_2) - \frac{\alpha_2}{2}(t-t_2)^2; \quad (13)$$

$$J(t) = J(t_1) + c_1(t-t_1); \quad (14)$$

$$J(t) = J_0 + c_1 t + \frac{c_2}{2} t^2; \quad (15)$$

$$J(t) = J(t_2) + c_1(t-t_2) + \frac{c_2}{2}(t-t_2)^2; \quad (16)$$

– при опусканні вантажу

$$M_w(t) = M_w(t_5) + \alpha_1(t-t_5); \quad (17)$$

$$M_w(t) = M_w(t_4) + \alpha_1(t-t_4) + \frac{\alpha_2}{2}(t-t_4)^2; \quad (18)$$

$$M_w(t) = M_w(t_6) + \alpha_1(t-t_6) + \frac{\alpha_2}{2}(t-t_6)^2; \quad (19)$$

$$J(t) = J(t_5) - c_1(t-t_5); \quad (20)$$

$$J(t) = J(t_4) - c_1(t-t_4) - \frac{c_2}{2}(t-t_4)^2; \quad (21)$$

$$J(t) = J(t_6) - c_1(t-t_6) - \frac{c_2}{2}(t-t_6)^2; \quad (22)$$

Розглянемо спочатку вирази (11) та (17). Момент навантаження створюється силою ваги P_w вантажу масою m_w та масою m_T того відрізка троса, що міститься між вантажем та котушкою, на яку трос намотується при підніманні вантажу чи з якої трос розмотується при опусканні вантажу,

перемноженої на радіус R_K кола намотки на котушку, тобто

$$M_w = P_w R_K = m_w g R_K; \quad M_T = P_T R_K = m_T g R_K, \quad (23)$$

де g — прискорення вільного падіння.

Але, оскільки сила ваги за рахунок зміни маси троса, зумовленої скороченням цього відрізка при намотуванні троса на котушку або його збільшенням при розмотуванні троса з котушки, теж змінюється, то відповідно змінюється і навантажувальний момент. І якщо кутова швидкість обертання вала котушки є сталою в часі, то і зміна маси відрізка троса та зміна сили ваги і навантажувального моменту, нею створеного, отримують лінійний приріст в часі при опусканні вантажу або лінійне зменшення в часі при підніманні вантажу, що приводить до появи лінійних членів у виразах (11) та (17).

Що ж до відрізків часу на графіку, приведеному на рис. 1, на яких вантаж піднімається чи опускається зі сталим додатним або від'ємним кутовим прискоренням, то у цьому випадку моделювати зміну в часі навантажувального моменту формально уже потрібно з використанням виразів (12), (13) та (18), (19), в яких сталі кутові прискорення зумовлюватиме появу квадратичних членів.

А розглядаючи вирази (14), (15), (16) та (20), (21), (22), якими пропонується моделювати приведений момент інерції системи кранового електропривода з урахуванням змінної маси котушки, зумовленої намотуванням чи розмотуванням на неї троса, то легко бачити, що формально лінійні члени в цих виразах зумовлені зміною маси та радіуса котушки при сталій кутовій швидкості обертання цієї котушки, а квадратичні — зміною маси та радіуса котушки при намотуванні чи розмотуванні з нього троса при сталому кутовому прискоренні.

Цілком зрозуміло, що моделювати процес піднімання чи опускання вантажу підйомним краном з використанням математичних моделей (5)—(10) можна лише після ідентифікації математичних моделей (11)—(22), якими описуються зміни в часі навантажувального моменту та приведенного моменту інерції махових мас кранового електропривода. Але, у свою чергу, ідентифікувати моделі (11)—(22) можливо, лише використовуючи параметри конкретного підйомного крану та його електропривода. Однак для побудови алгоритму ідентифікації математичної моделі, придатної для розрахунку числових значень її параметрів за довільного вибору складових системи тягового електропривода підйомного крану, ми будемо задавати усі паспортні дані в загальному вигляді символічно, не конкретизуючи їх чисельно. А тому нехай функціонування підйомного крану характеризується такими параметрами: максимальна висота піднімання вантажу дорівнює h , діаметр троса, до якого підвішується вантаж, D_T , маса його погонного метра дорівнює m_{MT} , діаметр котушки, на яку намотується трос під час піднімання вантажу, D_K , маса котушки дорівнює m_K , передачне число редуктора, яким тягове зусилля від електродвигуна передається на котушку троса дорівнює z , відстань між осями редуктора, одна з яких з'єднана з валом тягового електродвигуна, а друга з котушкою, на яку намотується трос, до якого підвішено вантаж, l , кількість паралельно розміщених осей у редукторі дорівнює $k = 5$, відстань між осями l_{ba} , радіус більшої шестерні на осі дорівнює r_{bg} , маса більшої шестерні на осі дорівнює m_{bg} , радіус меншої шестерні на осі дорівнює r_{sg} , маса меншої шестерні на осі дорівнює m_{sg} , а потрібні для ідентифікації паспортні характеристики тягового асинхронного електродвигуна становлять: номінальний момент дорівнює M_N , момент інерції дорівнює J^* , синхронна кутова швидкість обертання ротора дорівнює ω_c ; коефіцієнт корисної дії дорівнює η_N , номінальне ковзання дорівнює s_N , критичне ковзання дорівнює s_{kr} , пусковий момент дорівнює $M_P = q_P M_N$, максимальний момент дорівнює $M_{\max} = q_{\max} M_N$, де в залежності від типу електродвигуна $q_P \in [1, 1-2]$, $q_{\max} \in [1, 5-2, 5]$.

Зауважимо, що усі величини задаємо в системі одиниць СІ.

Нехай кран піднімає масу m_w на висоту h . Використовуючи приведені вище параметри та відомі з теоретичної механіки [6] і теорії електропривода [7] співвідношення, знайдемо, що момент навантаження M_w^* , створюваний цією масою при її підніманні, віднесений до осі котушки, на яку намотується трос з підвішеним вантажем, становитиме

$$M_w^* = P_w \frac{D_K}{2} = m_w g \frac{D_K}{2} \quad (\text{Нм}), \quad (24)$$

а максимальний момент навантаження M_T^* , створюваний масою троса в нижній точці, з якої починається піднімання вантажу, становитиме

$$M_T^* = m_{MT} h \cdot g \frac{D_K + D_T}{2} \quad (\text{Нм}). \quad (25)$$

Тож у виразі (18) параметр $M_w(t_4)$ становитиме

$$M_w(t_4) = M_w^* \frac{\eta_N}{z} \quad (\text{Нм}), \quad (26)$$

а у виразі (12)

$$M_{w0} = (M_w^* + M_T^*) \frac{\eta_N}{z} \quad (\text{Нм}). \quad (27)$$

В паспортах електричних двигунів часто кутову швидкість обертання вала задають в оборотах за хвилину n_c , а тому синхронна кутова швидкість ω_c обертання вала тягового електродвигуна для таких випадків становитиме

$$\omega_c = 2\pi \frac{n_c}{60} \quad (\text{рад/с}), \quad (28)$$

а номінальна

$$\omega_N = \omega_c (1 - s_N) \quad (\text{рад/с}). \quad (29)$$

Усталену кутову швидкість ω_{Ky} обертання котушки, на яку намотується трос, попередньо можна визначити як

$$\omega_{Ky} = \frac{\omega_c}{z} \quad (\text{рад/с}), \quad (30)$$

що обумовлюватиме усталену лінійну швидкість v_T руху троса

$$v_T = \omega_{Ky} \frac{D_K}{2} \quad (\text{м/с}). \quad (31)$$

Саме з такою лінійною швидкістю трос рухатиметься на відріжку часу $[t_1, t_2]$, зображеному на рис. 1.

В результаті експерименту встановлено, що кутова швидкість вала тягового електродвигуна після його запуску з вантажем, який знаходився у нижній точці (на поверхні землі), досягла усталеного значення протягом відріжку часу t_1 секунд, і за цей відрізок часу вантаж піднявся на висоту h_1 метрів.

Логічно припустити, що для зупинки піднімання вантажу у момент часу t_3 процес гальмування потрібно запустити в момент часу t_2 за умови, що

$$t_{23} = t_3 - t_2 = t_1 \quad (\text{с}), \quad (32)$$

а тому за час гальмування трос вкоротиться ще на h_{23} метрів. Тож за відрізок часу

$$t_{12} = t_2 - t_1 \quad (\text{с}), \quad (33)$$

довжина троса вкорочуватиметься на

$$h_{12} = h - h_1 - h_{23} \quad (\text{м}), \quad (34)$$

а тому момент навантаження, віднесений до осі котушки, в моменти часу t_1 , t_2 , t_3 набуватиме значень

$$M_w^*(t_1) = M_w^* + m_{MT} (h - h_1) g \frac{D_K + D_T}{2} \quad (\text{Нм}); \quad (35)$$

$$M_w^*(t_2) = M_w^* + m_{MT} (h - h_1 - h_{12}) g \frac{D_K + D_T}{2} \quad (\text{Нм}); \quad (36)$$

$$M_w^*(t_3) = M_w^* \quad (\text{Нм}). \quad (37)$$

А віднесений до осі тягового електродвигуна цей момент навантаження у ці ж моменти часу

набуватиме значень

$$M_w(t_1) = M_w^*(t_1) \frac{\eta_N}{z} \quad (\text{Нм}), \quad (38)$$

$$M_w(t_2) = M_w^*(t_2) \frac{\eta_N}{z} \quad (\text{Нм}), \quad (39)$$

$$M_w(t_3) = M_w^*(t_3) \frac{\eta_N}{z} \quad (\text{Нм}). \quad (40)$$

Оскільки на відрізку часу $[t_1, t_2]$ трос вкорочується зі сталою лінійною швидкістю, заданою виразом (31), то з урахуванням виразу (34) маємо

$$t_{12} = \frac{h_{12}}{v_T} \quad (\text{с}). \quad (41)$$

На цьому відрізку часу вираз (11) набуває вигляду

$$M_w(t) = M_w(t_1) - \alpha_1(t - t_1), \quad (42)$$

з якого маємо

$$M_w(t_2) = M_w(t_1) - \alpha_1 t_{12}. \quad (43)$$

З рівняння (43) знайдемо, що

$$\alpha_1^* = \frac{M_w(t_1) - M_w(t_2)}{t_{12}}. \quad (44)$$

А для визначення параметра α_2^* використаємо вираз (12) з прив'язкою до моменту часу t_1 та вирази (27), (38), (44), завдяки чому отримаємо рівняння

$$M_w(t_1) = M_{w0} - \alpha_1^* t_1 - \alpha_2^* \frac{(t_1)^2}{2}, \quad (45)$$

з якого

$$\alpha_2^* = 2 \frac{M_{w0} - M_w(t_1) - \alpha_1^* t_1}{(t_1)^2}. \quad (46)$$

Підсумком наших розрахунків буде перехід від формально вписаних моделей моментів навантаження (11), (12), (13) при підніманні вантажу до конкретизованих моделей моментів для моделювання піднімання вантажу масою m з нульової точки на висоту h у вигляді

$$M_w(t) = M_{w0} - \alpha_1^* t - \frac{\alpha_2^*}{2} t^2 \quad (47)$$

при розгоні тягового електродвигуна до усталеної кутової швидкості обертання ротора на відрізку часу $[0, t_1]$,

$$M_w(t) = M_w(t_2) - \alpha_1^*(t - t_2) - \frac{\alpha_2^*}{2}(t - t_2)^2 \quad (48)$$

при гальмуванні тягового електродвигуна від усталеної кутової швидкості обертання ротора до її нульового значення на відрізку часу $[t_2, t_3]$,

$$M_w(t) = M_w(t_1) - \alpha_1^*(t - t_1) \quad (49)$$

при підніманні вантажу тяговим електродвигуном з усталеною кутовою швидкістю обертання ротора на відрізку часу $[t_1, t_2]$.

Що ж до моделювання моментів навантаження при опусканні цього вантажу з висоти h до нульового її значення, то легко бачити, що вирази (47), (48) та (49) набувають вигляду

– при розгоні тягового електродвигуна до усталеної кутової швидкості обертання ротора на відрізку часу $[t_4, t_5]$

$$M_w(t) = M_w(t_3) + \alpha_1^*(t - t_4) + \frac{\alpha_2^*}{2}(t - t_4)^2; \quad (50)$$

– при гальмуванні тягового електродвигуна від усталеної кутової швидкості обертання ротора до її нульового значення на відрізку часу $[t_6, t_7]$

$$M_w(t) = M_w(t_6) + \alpha_1^*(t - t_6) + \frac{\alpha_2^*}{2}(t - t_6)^2; \quad (51)$$

– при опусканні вантажу тяговим електродвигуном з усталеною кутовою швидкістю обертання ротора на відрізку часу $[t_5, t_6]$

$$M_w(t) = M_w(t_5) + \alpha_1^*(t - t_5). \quad (52)$$

Тепер перейдемо до ідентифікації моделей приведених моментів інерції згідно з виразами (14), (15), (16), (20), (21), (22).

Почнемо з визначення значення параметра J , який характеризуватиме момент інерції усіх рухомих мас системи електропривода крана, приведений до вала тягового електродвигуна.

Визначатимемо цей параметр ми, використовуючи вирази, взяті з роботи [7] у вигляді

$$J = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + \sum_{l=1}^L m_l \rho_l^2; \quad (53)$$

$$z_i = \frac{\omega}{\omega_i}; \quad (54)$$

$$\rho_l = \frac{v_l}{\omega}, \quad (55)$$

де J^* — момент інерції тягового електродвигуна, а ω — кутова швидкість обертання його вала, J_i — момент інерції відповідної шестерні редуктора чи котушки, на яку намотується трос, до якого підвішено вантаж, відносно її осі, а ω_i — кутова швидкість обертання цієї шестерні чи котушки, m_l — маса вантажу, підвішеного до троса, що намотується на котушку, або маса відрізка троса, що намотується на цю котушку, а v_l — поступальна лінійна швидкість руху цієї маси, z_i — передатне число від відповідної шестерні чи котушки до вала тягового електродвигуна.

У свою чергу момент інерції J_i відповідної шестерні редуктора чи котушки, на яку намотується трос з підвішеним вантажем, відносно її осі, будемо визначати за рекомендаціями роботи [6], використовуючи вираз

$$J_i = \frac{1}{2} m_i R_i^2, \quad (56)$$

де m_i — маса цієї шестерні чи котушки, а R_i — її зовнішній радіус. А момент інерції відрізка троса масою m_T , намотаного на котушку радіуса R_K , будемо визначати, використовуючи вираз

$$J_T = \frac{1}{2} m_T \left((R_K + \Delta R_T)^2 - R_K^2 \right), \quad (57)$$

де ΔR_T — приріст радіуса котушки за рахунок намотаного троса.

З виразів (53)—(56) легко бачити, що обчислення складових у виразі (53), пов'язаних з шестернями редуктора, котушкою і масою вантажу, труднощів не несуть, а тому зупинимось детальніше лише на обчисленні складових цього виразу, пов'язаних з тросом, що намотується на котушку, чи розмотується з неї.

І під час піднімання краном вантажу масою m_w і під час опускання цього вантажу трос, на якому підвішено цей вантаж, буде створювати момент інерції J_T^* , який має дві складових, одна з яких J_{TK}^* буде створюватись тією частиною троса, яка уже намоталась на котушку, і обчислюється за виразом (57), а друга J_{TV}^* буде створюватись тією частиною троса, яка продовжує рухатись разом з вантажем поступально, і обчислюється за кінцевою складовою у виразі (53), тобто

$$J_T^* = J_{TK}^* + J_{TV}^*. \quad (58)$$

Розглянемо процес піднімання вантажу масою m_w з нульової точки до верхньої кінцевої на висоті h , який почнемо з нульового моменту часу. Для цього випадку вираз (53) набере вигляду

$$\begin{aligned} J &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + J_w + J_T^* = \\ &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + m_w \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 + \beta_T t \frac{(R_K + \gamma_K t)^2 - R_K^2}{2z^2} + (m_T - \beta_T t) \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 = \\ &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + (m_w + m_T) \frac{R_K^2}{z^2} - \frac{\beta_T R_K^2}{z^2} t + \frac{\beta_T \gamma_K R_K}{z^2} t^2 + \frac{\beta_T \gamma_K^2}{2z^2} t^3 \approx J_0^* - c_1^* t + \frac{c_2^*}{2} t. \end{aligned} \quad (59)$$

У виразі (59) автори відкинули кубічний член у зв'язку з тим, що, по-перше, і без нього цей вираз являтиме собою параболу, але квадратичну, а не кубічну, а по-друге, тому, що коефіцієнт при кубічному члені за рахунок γ_K^2 є величиною другого порядку малості у порівнянні з коефіцієнтом при квадратичному члені, тож не врахування кубічного члена не внесене в заключний результат похибки, що перевищуватиме похибку вимірювання тих параметрів цієї моделі, з використанням яких здійснюватиметься її ідентифікація. І одразу ж звертаємо увагу ще й на те, що математична модель приведенного моменту інерції, яку ми отримали у виразі (59), не співпадає з постульованою попередньо моделлю, заданою для цього ж випадку виразом (15), оскільки мають місце різні знаки при коефіцієнті лінійного члена, що ми врахуємо у подальшому.

А тепер розглянемо процес опускання вантажу масою m_w з верхньої кінцевої точки на висоті h , до нульової точки, який теж для спрощення синтезу моделі почнемо з нульового моменту часу, тобто, перенісши початок координат у точку t_4 , зробивши її нулем. Для цього випадку вираз (53) набуде вигляду

$$\begin{aligned} J &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + J_w + J_T^* = \\ &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + m_w \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 + (m_T - \beta_T t) \frac{(R_K + R_K^* - \gamma_K t)^2 - R_K^2}{2z^2} + \beta_T t \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 = \\ &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + \frac{m_w R_K^2 + m_T \left(R_K R_K^* + \frac{1}{2} (R_K^*)^2 \right)}{z^2} + \frac{\beta_T R_K^2 - m_T \gamma_K (R_K + R_K^*) - \beta_T \left(R_K R_K^* + \frac{1}{2} (R_K^*)^2 \right)}{z^2} t + \\ &+ \frac{\beta_T \gamma_K (R_K + R_K^*) + \frac{1}{2} m_T \gamma_K^2}{z^2} t^2 - \frac{\beta_T \gamma_K^2}{2z^2} t^3 \approx J_0^{**} + c_1^{**} t + \frac{c_2^{**}}{2} t^2, \end{aligned} \quad (60)$$

де приріст радіуса котушки R_K^* обчислюється через діаметр троса $2R_T$ та кількість k слоїв його намотування на котушку, тобто

$$R_K^* = 2kR_T. \quad (61)$$

І у цьому випадку звертаємо увагу ще й на те, що автори отримали математичну модель приведенного моменту інерції у вигляді (60), яка не співпадає з постульованою попередньо моделлю, заданою для цього ж випадку виразом (21), оскільки мають місце різні знаки і при коефіцієнті лінійного члена і при коефіцієнті квадратичного, що ми врахуємо у подальшому.

Використовуючи параметри тягового електродвигуна, редуктора, троса та вантажу, знайдемо

$$J_0^* = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + (m_w + m_T) \frac{R_K^2}{z^2}; \quad (62)$$

$$J_0^{**} = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + \frac{m_w R_K^2 + m_T \left(R_K R_K^* + \frac{1}{2} (R_K^*)^2 \right)}{z^2}. \quad (63)$$

А далі пропонуємо задати еквівалентну математичну модель механічної характеристики $\omega = f(M)$ тягового асинхронного електродвигуна у вигляді

$$M = M_P \left(1 + k_1 \omega - k_2 \omega^2 \right), \quad (64)$$

яка буде описувати цю залежність в робочому діапазоні її значень тим точніше, чим більшим буде відношення $\frac{M_{\max}}{M_N}$ у порівнянні з відношенням $\frac{M_P}{M_N}$, в чому легко переконатись, аналізуючи гра-

фік типової механічної характеристики асинхронного електродвигуна, приведений, наприклад, у роботі [7]. Наш аналіз цієї характеристики показав, що її еквівалентна математична модель (65) адекватно задає її в робочому діапазоні значень параметрів режиму за умови, що

$$\frac{M_{\max}}{M_N} : \frac{M_P}{M_N} \geq 2, \quad (65)$$

а тому вважатимемо, що для вибраного нами тягового асинхронного електродвигуна вона виконується.

Підставляючи у вираз (65) паспортні параметри вибраного електродвигуна, отримаємо систему двох рівнянь для визначення невідомих параметрів k_1, k_2 у вигляді

$$\begin{cases} M_P \left(1 + k_1 \omega_N - k_2 \omega_N^2 \right) = M_N, \\ M_P \left(1 + k_1 \omega_{kr} - k_2 \omega_{kr}^2 \right) = M_{\max}, \end{cases} \quad (66)$$

або

$$\begin{cases} M_P \left(1 + k_1 \omega_N - k_2 \omega_N^2 \right) = M_N, \\ M_P \left(1 + k_1 \omega_c (1 - s_{kr}) - k_2 \omega_c^2 (1 - s_{kr})^2 \right) = M_{\max}, \end{cases} \quad (67)$$

розв'язуючи яку, знайдемо

$$\begin{cases} k_1 = k_1^*, \\ k_2 = k_2^*. \end{cases} \quad (68)$$

А оскільки в момент часу t_1 для того, щоб на відріжку часу $[t_1, t_2]$, вал електродвигуна обертався з усталеною кутовою швидкістю ω_y , необхідно виконання рівності тягового моменту з навантажувальним, тобто, виконання рівності

$$M(t_1) = M_w(t_1), \quad (69)$$

то, підставляючи у вираз (69) паспортні дані та значення відповідних параметрів із виразів (38) та (68), отримаємо квадратне рівняння

$$M_w(t_1) = M_P \left(1 + k_1^* \omega_y - k_2^* \omega_y^2 \right), \quad (70)$$

з якого, використовуючи додатний корінь, знайдемо, що

$$\omega_y = \omega_y^* \text{ (рад/с)}. \quad (71)$$

А тепер повернемося до розгляду виразу (7), який після підстановки в нього виразів (69) та (71) набуває вигляду

$$\left(-c_1 + c_2 (t - t_1) \right) \omega_y^* = \alpha_1 (t - t_1), \quad (72)$$

який виконуватиметься і при $t = t_2$, тож для цього моменту часу з рівняння (72) з використанням виразів (33), (44) та (71) матимемо

$$c_1 = -\frac{\alpha_1^* t_{21}}{\omega_y^*} + c_2 t_{21} = -c_{1*} + c_2 t_{21}. \quad (73)$$

А далі, використовуючи вирази (59) та (62), ми маємо право записати

$$\begin{cases} J(t_1) = J_0^* - c_1^* t_1 + \frac{c_2^*}{2} t_1^2, \\ J(t_2) = J(t_1) - c_1^* t_{21} + \frac{c_2^*}{2} t_{21}^2, \\ J(t_3) = J(t_2) - c_1^* t_{32} + \frac{c_2^*}{2} t_{32}^2 = J_0^{**}. \end{cases} \quad (74)$$

Використовуючи вираз (73), зі співвідношень (74) шляхом виключення проміжних значень знайдемо

$$J_0^{**} - J_0^* = -(c_1^* - t_{21} c_2^*)(t_1 + t_{21} + t_{32}) + \frac{c_2^*}{2} (t_1^2 + t_{21}^2 + t_{32}^2). \quad (75)$$

А з виразу (75) матимемо

$$c_2^* = \frac{2(J_0^{**} - J_0^* - c_1^*(t_1 + t_{21} + t_{32}))}{t_1^2 + t_{21}^2 + t_{32}^2 - 2t_{21}(t_1 + t_{21} + t_{32})} = c_2^{**}, \quad (76)$$

що уже має вигляд числа, більшого нуля.

У свою чергу, підставляючи вираз (76) у вираз (73), матимемо

$$c_1^* = -c_1^* + c_2^{**} t_{21}, \quad (77)$$

що уже теж має вигляд числа, більшого нуля.

А далі розв'яжемо диференціальне рівняння (5) на відрізку часу $[0, t_1]$ з граничними умовами

$$\begin{cases} \omega(0) = 0, \\ \omega(t_1) = \omega_y^*, \end{cases} \quad (78)$$

використавши еквівалент цього диференціального рівняння у вигляді

$$\left(J_0^* - c_1^* t + \frac{c_2^*}{2} t^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = M_P (1 + k_1 \omega - k_2 \omega^2) - M_w(t_1), \quad (79)$$

що є допустимим в зв'язку з тим, що члени $(c_1 + c_2 t)\omega$, $\alpha_1 t + \frac{\alpha_2}{2} t^2$ є величинами другого порядку малості на вибраному відрізку інтегрування, а тому ними можна знехтувати. Але перед тим, як інтегрувати рівняння (79), приведемо його до вигляду

$$\frac{d\omega}{(a_\omega \omega^2 + b_\omega \omega + c_\omega)} = \frac{dt}{(a_t t^2 + b_t t + c_t)}, \quad (80)$$

де

$$\begin{cases} a_t = \frac{c_2^*}{2}, \\ b_t = -c_1^*, \\ c_t = J_0^*, \\ \Delta_t = 4a_t c_t - b_t^2 = 2c_2^* J_0^* - (c_1^*)^2; \end{cases} \quad (81)$$

$$\begin{cases} a_\omega = -M_P k_2, \\ b_\omega = M_P k_1, \\ c_\omega = M_P - M_w(t_1), \\ \Delta_\omega = 4a_\omega c_\omega - b_\omega^2 = -4M_P k_2 (M_P - M_w(t_1)) - (M_P k_1)^2. \end{cases} \quad (82)$$

Підставляючи у вирази (81), (82) конкретні значення паспортних даних системи тягового

електропривода та визначні з попередніх розрахунків значення усіх параметрів, легко переко-
нати, що завжди матимемо

$$\begin{cases} \Delta_t > 0, \\ \Delta_\omega < 0, \end{cases} \quad (83)$$

а тому, інтегруючи диференціальне рівняння (80) з використанням взятих з роботи [8] табличних
інтегралів, отримаємо його розв'язок на відріжку часу $[0, t_1]$ у вигляді

$$\frac{1}{\sqrt{-\Delta_\omega}} \ln \frac{2a_\omega \omega + b_\omega - \sqrt{-\Delta_\omega}}{2a_\omega \omega + b_\omega + \sqrt{-\Delta_\omega}} = \frac{2}{\sqrt{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t t + b_t}{\sqrt{\Delta_t}} + \frac{1}{\sqrt{-\Delta_\omega}} \ln C \quad (84)$$

або

$$\frac{\omega + \frac{b_\omega - \sqrt{-\Delta_\omega}}{2a_\omega}}{\omega + \frac{b_\omega + \sqrt{-\Delta_\omega}}{2a_\omega}} = C e^{\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t t + b_t}{\sqrt{\Delta_t}}} \quad (85)$$

Підставивши у вираз (85) ліву граничну умову з (78), знайдемо, що стала інтегрування C мати-
ме вигляд числа

$$C = \frac{b_\omega - \sqrt{-\Delta_\omega}}{b_\omega + \sqrt{-\Delta_\omega}} e^{-\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{b_t}{\sqrt{\Delta_t}}}, \quad (86)$$

підставляючи яке у вираз (85) та спрощуючи цей вираз після підстановки, матимемо розв'язок
диференціального рівняння (5), приведеного до еквівалентної форми (79), на відріжку часу $[0, t_1]$
у вигляді

$$\omega = \frac{(b_\omega^2 - \Delta_\omega) \left(e^{\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t}} - 1 \right)}{2a_\omega \left(b_\omega \left(1 - e^{\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t}} \right) + \sqrt{-\Delta_\omega} \left(1 + e^{\sqrt{\frac{-\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t}} \right) \right)}, \quad (87)$$

на заключному етапі ідентифікації якого у вираз (87) необхідно підставити числові значення пара-
метрів, визначені виразами (81), (82).

А в якості критерію адекватності математичної моделі (87) процесу на відріжку часу $[0, t_1]$ до-
цільно використати праву граничну умову, задану виразом (78).

Що ж до гальмування від усталеного значення кутової швидкості тягового електродвигуна ω_y^*
до нуля на відріжку часу $[t_2, t_3]$, то цей процес за умови його реалізації шляхом противключення,
теж може бути описаний диференціальним рівнянням, аналогічним рівнянню (79), але у вигляді

$$\left(J(t_2) - c_1^*(t - t_2) + \frac{c_2^*}{2}(t - t_2)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = -M(t_2)(1 + k_1\omega - k_2\omega^2) - M_w(t_2), \quad (88)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \omega(t_2) = \omega_y^*, \\ \omega(t_3) = 0, \end{cases} \quad (89)$$

яке теж приводиться до вигляду (80) та до розв'язку у вигляді, аналогічному (87), але зі змінами,

зумовленими зсувом у часі, тобто, у вигляді

$$\omega = \omega_y^* \frac{(b_\omega^2 - \Delta_\omega) \left(e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega}{\Delta_t} \arctg \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t-t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t-t_2)}} - 1} \right)}{2a_\omega \left(b_\omega \left(1 - e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega}{\Delta_t} \arctg \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t-t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t-t_2)}}} \right) + \sqrt{-\Delta_\omega} \left(1 + e^{\sqrt{\frac{\Delta_\omega}{\Delta_t} \arctg \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t-t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t-t_2)}}} \right) \right)}, \quad (90)$$

в якому параметри визначаються не виразами (81), (82), а виразами:

$$\begin{cases} a_t = \frac{c_2^*}{2}, \\ b_t = -c_1^*, \\ c_t = J(t_2), \\ \Delta_t = 4a_t c_t - b_t^2 = 2c_2^* J(t_2) - (c_1^*)^2; \end{cases} \quad (91)$$

$$\begin{cases} a_\omega = M(t_2)k_2, \\ b_\omega = -M(t_2)k_1, \\ c_\omega = -M(t_2) - M_w(t_2), \\ \Delta_\omega = 4a_\omega c_\omega - b_\omega^2 = -4M(t_2)k_2(M(t_2) + M_w(t_2)) - (M(t_2)k_1)^2. \end{cases} \quad (92)$$

Що ж до моделювання процесу опускання вантажу з верхньої точки до нуля по висоті, то після пуску електропривода і аж до досягнення валом електродвигуна усталеного значення ω_y^* кутової швидкості, цей процес на відрізку часу $[t_4, t_5]$ буде описуватись диференціальним рівнянням

$$\left(J(t_3) + c_1^*(t-t_4) + \frac{c_2^*}{2}(t-t_4)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = -M_P(1 + k_1\omega - k_2\omega^2) - M_w(t_3) \quad (93)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \omega(t_4) = 0, \\ \omega(t_5) = -\omega_y^{**}, \end{cases} \quad (94)$$

на відрізку часу $[t_5, t_6]$ цей процес за умови противключення електродвигуна для забезпечення рівності

$$M(t_5) - M_w(t_3) = 0 \quad (95)$$

буде описуватись рівнянням

$$(c_1 + c_2(t-t_5))\omega_y^{**} = -\alpha_1(t-t_5), \quad (96)$$

а на відрізку часу $[t_6, t_7]$ процес описуватиметься диференціальним рівнянням

$$\left(J(t_6) + c_1^*(t-t_6) + \frac{c_2^*}{2}(t-t_6)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = M_P(1 + k_1\omega - k_2\omega^2) - M_w(t_3) \quad (97)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \omega(t_6) = -\omega_y^{**}, \\ \omega(t_7) = 0, \end{cases} \quad (98)$$

Легко бачити, що диференціальні рівняння (93) та (97) теж приводяться до вигляду (80), а тому їх розв'язками будуть ті ж вирази (87) та (90), які уже нами отримані раніше при моделюванні процесу піднімання вантажу, але зі змінами знаків на протилежні перед дробами та перед значен-

ням усталеного значення кутової швидкості. Ідентифікація і цих моделей теж здійснюється аналогічно з використанням виразів (81), (82) та (91), (92) з відповідною корекцією знаків у них.

Приклади застосування запропонованого методу для ідентифікації математичних моделей процесів піднімання та опускання конкретних вантажів конкретними підйомними кранами нами будуть викладені у нашій наступній статті, оскільки ця стаття і так уже вийшла на межу допустимого обсягу сторінок. А у цій статті ми без конкретизації на рис. 2 лише подамо графік зміни кутової швидкості для одного з таких прикладів, представленого у доповіді на Міжнародній науковій конференції, тези якої викладені у нашій роботі [9], аби продемонструвати його відмінність від ідеалізованого графіка зміни кутової швидкості, показаного на рис. 1.



Рис. 2. Графік кутової швидкості обертання вала тягового асинхронного електродвигуна КМ АИР250М системи електропривода підйомного крана, отриманий на основі імітації в ПП Simulink математичної моделі (4)

Цей графік отримано за допомогою імітаційної моделі в ПС Simulink ППП Matlab з використанням асинхронного електродвигуна КМ АИР250М з паспортними характеристиками: $P = 90$ кВт; $U = 380$ В; $I_N = 163,6$ А; $M_N = 573$ Нм; $J^* = 1,1$ кг · м²; $n_c = 1500$ об/хв; $\cos \varphi_H = 0,89$; $\eta_H = 94$ %; $s_H = 1,5$ %; $s_K = 20$ %; $\frac{M_{\max}}{M_N} = 2,5$; $\frac{M_P}{M_N} = 1,25$.

Порівнюючи графіки, зображені на рис. 1 та 2, бачимо, що вони суттєво відрізняються. А це є свідченням того, що системи керування крановими електроприводами необхідно синтезувати, використовуючи не математичну модель динаміки у вигляді (1), як це загально-прийнято, а використовуючи математичну модель динаміки у вигляді (2).

Висновки

1. Шляхом порівняння графіків, приведених на рис. 1 та 2, показано, що для описання процесів, що мають місце при підніманні та опусканні вантажів підйомними кранами, не завжди можна використовувати рівняння динаміки електропривода у вигляді (1), оскільки зі зростанням лінійної швидкості вантажу та збільшенням висоти його підйому і зменшенням передаточного числа редуктора, що зумовлює зміни у часі приведення моменту інерції махових мас та моменту навантаження, використання рівняння (1) приводить до значних похибок, наслідком яких може стати руйнування вантажу чи місця його приземлення, а тому доцільніше під час моделювання цих процесів використовувати рівняння (4).

2. Здійснено уточнення запропонованих нами у попередній публікації математичних моделей, якими описуються процеси піднімання і опускання вантажів підйомними кранами.

3. Розроблено метод ідентифікації математичних моделей, якими описуються процеси піднімання і опускання вантажів підйомними кранами, з детальною покроковою реалізацією його алгоритму.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Д. И. Родькин, *Системы динамического нагружения и диагностики электродвигателей при послеремонтных испытаниях*. Москва: Недра, 1992, 236 с.

[2] Ukrbukba.net: *Електродвигун крана* [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://ukrbukba.net/page,4,98958-Elektrodvigatel-krana.html>. Дата звернення: Жовт. 15, 2018.

[3] *Будівельна техніка (довідник): Кранове електрообладнання та схеми управління кранами* [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://budtehnika.pp.ua/1639-kranove-elektroobladnannya-ta-shemi-upravlnnya-kranami.html>. Дата звернення: Лист. 9, 2018.

[4] Б. І. Мокін, та О. М. Кривоніс, «Аналіз основних задач та їх рішень в процесі керування електроприводами кранових механізмів», на *XLVII наук.-техн. конф. підрозділів ВНТУ*, Вінниця, 2018. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-feeem/all-feeem-2018/paper/view/3937>. Дата звернення: Трав. 25, 2018.

[5] B. I. Mokin, O. B. Mokin, and O. M. Kryvonis, "Synthesis of mathematical models for one class of electromechanical systems with variable parameters," in *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON). Conference Proceedings*, Kyiv, Ukraine, November. 2017. <https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100504>.

[6] М. А. Павловський, *Теоретична механіка*. Київ: Техніка, 2002, 512 с.

[7] М. Г. Чиликин, М. М. Соколов, В. М. Терехов, и А. В. Шинянский, *Основы автоматизированного электропривода*. Москва: Энергия, 1974, 568 с.

[8] И. Н. Бронштейн, и К. А. Семендяев, *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов*. Москва: Наука, 1967, 608 с.

[9] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та О. М. Кривоніс, «Моделювання режимів роботи системи керування електроприводом підйомного крану з врахуванням змін в часі моменту інерції махових мас», на *XIV Міжнародній конференції «Контроль і управління в складних системах (КУСС-2018)»*. Тези доповідей, Вінниця, 2018, с. 14.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 19.11.2018

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, професор кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, e-mail borys.mokin@gmail.com ;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Кривоніс Олександр Михайлович — аспірант кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: kryvonis.ol@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

B. I. Mokin¹
O. B. Mokin¹
O. M. Kryvonis¹

Method of Identification of the Mathematical Model of a Single Class of Linear Dynamic Systems with Variable Parameters

¹Vinnitsia National Technical University

The article presents a method for identifying a mathematical model of a single class of linear dynamic systems with variable parameters, which includes a traction electric drive of a crane with variable parameters, caused by the change of the equivalent mass moment of inertia and the load moment of the traction motor when lifting (lowering) the load. The article also proposes and justifies the calculated relations to determine changes of the equivalent mass moment of inertia of the electric drive, caused by winding and unwinding of the cable, to which the load is suspended, on the reel connected through the reduction drive to the motor shaft. It also proposes and justifies calculated relations to determine changes of the load moment due to shortening and lengthening of the cable to which the load is suspended because of lifting or lowering the load. The article presents a step-by-step algorithm for determining all the parameters of a mathematical model of the dynamics of a crane electric drive with the time-varying moment of inertia of rotating masses and the load moment. The article presents the results of modeling the dynamics of the electric drive system during acceleration, braking, steady-state speed, idling and reverse of the traction motor considering variable parameters and using a mathematical model identified by specific passport characteristics of the traction motor, reduction drive and cable in the graphical programming environment Simulink of MATLAB application program package. The article also presents a comparative analysis of the obtained results and shows that the use of the classical equation of dynamics of an electric drive system with the constant moment of inertia and load moment leads to significant errors. And this is even despite the smooth speed control using frequency regulators for asynchronous motors and using power transistors for DC motors to change the voltage applied to the motor armature.

Keywords: linear dynamic system with variable parameters, mathematical model, identification method, crane electric drive, time-varying moment of inertia of rotating masses, time-varying load moment, modeling, comparative analysis.

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, Professor of the Chair of System Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Kryvonis Oleksandr M. — Post-Graduate Student of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: kryvonis.ol@gmail.com

Б. И. Мокин¹
А. Б. Мокин¹
А. М. Крывонис¹

Метод идентификации математической модели одного класса линейных динамических систем с изменяющимися параметрами

¹Вінницький національний технічний університет

Предложен метод идентификации математической модели одного класса линейных динамических систем с переменными параметрами, к которому относится тяговый электропривод подъемного крана с переменными параметрами, обусловленными изменениями во времени приведенного момента инерции маховых масс и изменениями во времени момента нагрузки тягового электродвигателя при подъеме (опускании) груза. Предложены и обоснованы расчетные соотношения, с помощью которых определяются изменения во времени приведенного момента инерции тягового электропривода, обусловленные намоткой и сматыванием троса с подвешенным грузом на катушку, связанную через редуктор с валом электродвигателя. Предложены и обоснованы также расчетные соотношения, с помощью которых определяются изменения во времени момента нагрузки, обусловленные сокращением и удлинением троса с подвешенным грузом, в результате подъема или опускания этого груза. Разработан пошаговый алгоритм определения всех параметров математической модели динамики кранового электропривода с переменными во времени моментом инерции маховых масс и моментом нагрузки. Приведены результаты моделирования динамики системы электропривода при разгоне, торможении, сложившейся скорости, холостом ходе и реверсе тягового электродвигателя с учетом переменных параметров и использованием математической модели, идентифицированной конкретными паспортными характеристиками тягового электродвигателя, редуктора и троса, в графической программной среде Simulink пакета прикладных программ MATLAB. Выполнен сравнительный анализ полученных результатов и показано, что использование классического уравнения динамики системы электропривода, которое содержит постоянный момент инерции и постоянный момент нагрузки, приводит к существенным погрешностям, даже несмотря на плавное регулирование скорости с использованием частотных регуляторов для асинхронных электродвигателей и использованием силовых транзисторов для регулирования электродвигателей постоянного тока путем изменения напряжения, подаваемого на якорь электродвигателя.

Ключевые слова: линейная динамическая система с переменными параметрами, математическая модель, метод идентификации, крановый электропривод, переменный момент инерции маховых масс, переменный момент нагрузки, моделирование, сравнительный анализ.

Мокин Борис Иванович — академик НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры восстановительной энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, профессор кафедры системного анализа, компьютерного мониторинга и инженерной графики, e-mail: borys.mokin@gmail.com ;

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой восстановительной энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Крывонис Александр Михайлович — аспирант кафедры восстановительной энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: kryvonis.ol@gmail.com