

О. Б. Мокін¹
 Б. І. Мокін¹
 Я. В. Хом'юк¹
 О. М. Кривоніс¹

УТОЧНЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕСІВ У ВИМІРЮВАЛЬНИХ ТРАНСФОРМАТОРАХ СТРУМУ ТА ЇХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

¹Вінницький національний технічний університет

Виходячи з фізики процесів, що відбуваються у вимірювальних трансформаторах струму, уточнено існуючі характеристики цих процесів та їх математичні моделі, як статичні, що характеризують залежність дійсного значення вихідного струму від вхідного, так і динамічні, що характеризують перехідні процеси в обмотках цих трансформаторів при переході їх магнітопроводів від ненасиченого стану до насиченого і навпаки.

Ключові слова: вимірювальний трансформатор струму, характеристика процесу «вхід–вихід», математичні моделі статички і динаміки

Вихідні передумови та постановка задачі

Вимірювальні трансформатори струму є невід'ємною складовою електричних мереж та електротехнічних комплексів зі значними струмами змінного характеру, де є необхідність у встановленні релейного захисту або вимірюванні виробленої чи спожитої електричної потужності. Принцип їх роботи та детальний аналіз режимів функціонування і моделювання, як в усталених так і в перехідних режимах, викладені в роботах [1, 2] та в нормативному документі: «ГОСТ 7746-78. Трансформаторы тока. Общие технические требования», а популярний виклад — в роботі [3]. Узагальнені характеристики матеріалу, викладеного в роботах [1, 2], наведені в роботі [4], використовуючи яку ми і будемо формувати вихідні передумови для нашого дослідження. І почнемо з посилення на рис. 25-14, на якому показана графічна інтерпретація струмів, електрорушійних сил і потокозчеплення, що мають місце в трансформаторі струму в усталеному режимі його функціонування. Оскільки посилення на ці графіки гратимуть роль першої вихідної передумови для нашого дослідження, то ми їх приводимо і у нашій роботі на рис. 1, дещо уточнивши графіку у порівнянні з тією, що виконана на рис. 25-14.

На цьому рисунку (в позначеннях роботи [4]):

i_1 — струм у первинній обмотці вимірювального трансформатора струму, яка має w_1 витків, тобто, той струм, який потрібно виміряти;

i_2^* — струм у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму, яка має w_2 витків, приведений до первинної обмотки;

i_0 — струм намагнічування магнітопроводу вимірювального трансформатора струму, значення якого, як впливає з балансу магніторушійних сил

$$i_1 w_1 = i_2 w_2 + i_0 w_1, \quad (1)$$

який дорівнює

$$i_0 = i_1 - i_2^*; \quad (2)$$

Ψ — потокозчеплення, яке дорівнює кількості витків первинної обмотки, помноженій на результуючий магнітний потік Φ , що їх перетинає, тобто

$$\Psi = w_1 \Phi, \quad (3)$$

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2, \quad (4)$$

а Φ_1, Φ_2 — протилежно спрямовані магнітні потоки, створювані струмами i_1, i_2 ;

e_2 — електрорушійна сила, створювана у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму результируючим магнітним потоком у відповідності із законом електромагнітної індукції, тобто

$$e_2 = \frac{d\Psi}{dt} = w_2 \frac{d\Phi}{dt}; \quad (5)$$

γ_1, γ_2 — відповідно, кут, за якого магнітопровід вимірювального трансформатора струму входить в режим насичення та виходить з нього.

Наведені співвідношення (1)—(5) дозволяють без додаткових пояснень зрозуміти, чому графіки, зображені на рис. 1, мають саме такий вигляд, а тому ми не будемо витрачати час на їх трактування. Вкажемо лише на те, що на рис. 1 в доповнення до того, що зображено на рис.25-14 в роботі [4], додано штриховою лінією залежність приведенної до первинної обмотки аперіодичної складової i_{2a}^* струму у вторинній обмотці, який виникає в момент переходу магнітопроводу в стан насичення.

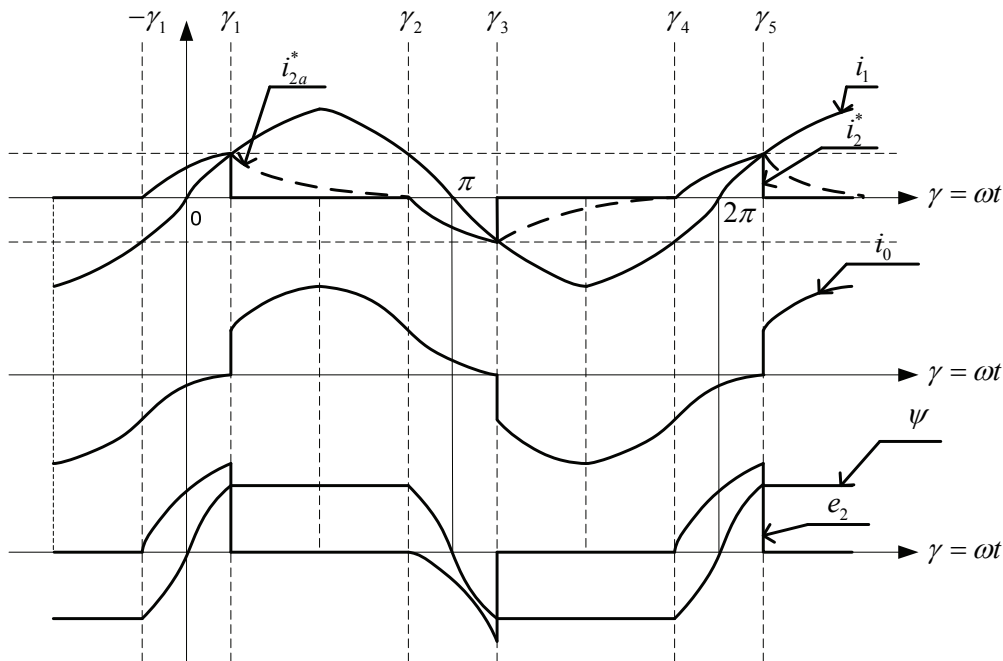


Рис. 1. Графіки струму i_1 в первинній обмотці вимірювального трансформатора струму, приведенного струму i_2^* у його вторинній обмотці, струму намагнічування i_0 , потокозчеплення Ψ та е.р.с. e_2 , що наводиться у вторинній обмотці

Як вказано в ГОСТ 7746-78 вимірювальні трансформатори струму необхідно експлуатувати, не виходячи суттєво за номінальні значення струму в обох обмотках $I_{1\text{ном}}, I_{2\text{ном}}$ (дійсні значення), що дало право укладачам нормативних документів їх відношенням задавати коефіцієнт трансформації K_{TT} вимірювального трансформатора струму у вигляді

$$K_{TT} = \frac{I_{1\text{ном}}}{I_{2\text{ном}}}. \quad (6)$$

Нагадаємо, що в усіх вимірювальних трансформаторах струму, що серійно випускаються електротехнічною промисловістю для встановлення в електричних мережах і комплексах, $I_{2\text{ном}} = 5 \text{ A}$, а шкала первинних номінальних струмів стандартизована в межах до 40 000 A.

Співвідношення (6) при розв'язанні нашої задачі, сформульованої нижче, буде відгравати роль другої вихідної передумови.

В якості третьої вихідної передумови використаємо рекомендований нормативними докумен-

тами вираз для визначення похибки ε вимірювання струму вимірювальним трансформатором у вигляді

$$\varepsilon(\%) = \frac{100}{I_1} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (K_{TT} i_2(t) - i_1(t))^2 dt}. \quad (7)$$

Четверту вихідну передумову теж візьмемо з роботи [4], використавши рис. 23-15 та рис. 23-16, на першому з яких зображені графіки залежності ступеня насичення $A_z = B_s/B_n$ магнітопроводу вимірювального трансформатора струму від $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$, а на другому — графіки залежності похибки вимірювання $\varepsilon(\%)$ від ступеня насичення A_z магнітопроводу — ми ці графіки не приводимо тому, що з них нам потрібні лише крайні точки, на першому з яких показано, що ненасиченим ($A_z = 1$) магнітопровід стає лише тоді, коли $\Delta\gamma = 0$, а повністю насиченим ($A_z = 0$), коли $\Delta\gamma = 180^\circ$, а на другому показано, що похибка вимірювання $\varepsilon(\%)$ дорівнює нулю, якщо магнітопровід ненасичений ($A_z = 1$) і дорівнює 100 %, якщо магнітопровід повністю насичений ($A_z = 0$).

Нагадаємо те, що B_n — це розрахункове значення магнітної індукції для даного магнітопроводу, за якого він ще буде ненасиченим, а B_s — це поточне робоче значення магнітної індукції в магнітопроводі, а також те, що магнітний потік — це відношення магнітної індукції до площі поперечного перерізу магнітопроводу.

А в якості п'ятої вихідної передумови використаємо той факт, що про дійсне значення $I_{\text{кз}}$ струму, який має місце в електричній мережі у разі виникнення короткого замикання у ній, судять, орієнтуючись на показання вимірювальних трансформаторів струму, встановлених у лініях електропередачі у цій мережі та орієнтованих на вимірювання струмів ustalених режимів, суттєво не перевищуючих номінальні значення для цієї мережі, тобто, орієнтованих на справедливість співвідношень (6), (7) в усьому діапазоні вимірювань.

Сформулювавши усі вихідні передумови нашого дослідження, ми підійшли до формулювання задачі цього дослідження, яка полягає у тому, щоби, спираючись на перші три вихідні передумови, довести чи спростувати справедливість четвертої вихідної передумови, від якої суттєво залежить адекватність результатів, отриманих за використання п'ятої вихідної передумови, в разі невиконання якої суттєво знижується надійність електричної мережі, оскільки, як показано в роботі [5], комутаційний ресурс вимикачів мережі суттєво залежить від значення струму, який вони відключають, і вимикач, який за паспортними характеристиками здатний здійснити 80 вимкнень лінії з номінальним струмом, лінію, на різних ділянках якої виникають короткі замикання, здатен вимкнути суттєво меншу кількість разів. І саме задля правильного оцінювання залишкового ресурсу вимикачів після здійснення ними чергового вимкнення необхідно якнайточніше визначати дійсне значення струму у лінії, що вимикається, тобто, необхідно якнайточніше визначати дійсне значення струму I_1 у первинній обмотці вимірювального трансформатора струму, орієнтуючись на дійсне значення I_2 струму у вторинній обмотці цього трансформатора, яке вимірюється включеним у цю обмотку вимірювачем струму.

Розв'язання поставленої задачі

Почнемо з аналізу графіків, зображених на рис. 1.

Оскільки е.р.с. e_2 , яка наводиться у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму і зв'язана з потокозчепленням Ψ та магнітним потоком Φ в магнітопроводі співвідношенням (5), зв'язана ще й зі струмом i_1 у первинній обмотці співвідношенням

$$e_2 = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt}(Mi_1) = M \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dM}{dt}, \quad (8)$$

де M — взаємна індуктивність первинної та вторинної обмоток, то, коли магнітопровід не насичений, ця е.р.с. буде визначатись виразом (8), а коли магнітопровід входить в насичення, в стані якого

$$\Psi = w_2\Phi = \text{const}, \quad (9)$$

$$a \quad \omega t_1 = \gamma_1, \quad \omega t_{-1} = -\gamma_1, \quad \omega t_2 = \gamma_2, \quad (10)$$

то згідно з виразами (5), (8)—(10) в моменти часу $t \in [t_{-1}, t_2]$ мають місце рівності:

$$e_2(t) = \begin{cases} \omega M I_{1m} \cos \omega t + \frac{dM}{dt} I_{1m} \sin \omega t, & \forall t \in \left(-\frac{\gamma_1}{\omega}, \frac{\gamma_1}{\omega}\right); \\ e_2(t) = 0, & \forall t \in \left[\frac{\gamma_1}{\omega}, \frac{\gamma_2}{\omega}\right]; \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} M \neq 0, \quad \frac{dM}{dt} \neq 0, \quad \forall t \in \left(-\frac{\gamma_1}{\omega}, \frac{\gamma_1}{\omega}\right); \\ M = 0, \quad \frac{dM}{dt} = 0, \quad \forall t \in \left[\frac{\gamma_1}{\omega}, \frac{\gamma_2}{\omega}\right]. \end{aligned} \quad (12)$$

З графіка, показаного на рис. 1, випливає, що при $t = t_{-1} = -\frac{\gamma_1}{\omega}$ маємо

$$e_2(t_{-1}) = 0, \quad (13)$$

а із виразу (13) з урахуванням виразу (8) випливає, що

$$\omega M I_{1m} \cos \gamma_1 - \frac{dM}{dt} I_{1m} \sin \gamma_1 = 0. \quad (14)$$

Рівняння (14) можна переписати і так

$$\frac{dM}{M} = \frac{\omega \cos \gamma_1}{\sin \gamma_1} dt. \quad (15)$$

Інтегруючи рівняння (15), матимемо

$$\ln M = (\omega \operatorname{ctg} \gamma_1) t + \ln C, \quad (16)$$

звідки

$$M(t) = C e^{(\omega \operatorname{ctg} \gamma_1) t}. \quad (17)$$

Оскільки при виведенні залежності (17) ми використали верхнє співвідношення з (11) на його лівій границі, то для визначення сталої інтегрування C в залежності (17) використаємо верхнє співвідношення з виразу (11) на його правій границі.

Тож, підставляючи залежність (17) у верхнє співвідношення виразу (11), на його правій границі матимемо

$$e_2(t_1) = \omega I_{1m} C e^{(\omega \operatorname{ctg} \gamma_1) t_1} \cos \omega t_1 + I_{1m} C (\omega \operatorname{ctg} \gamma_1) e^{(\omega \operatorname{ctg} \gamma_1) t_1} \sin \omega t_1. \quad (18)$$

А з виразу (18) матимемо

$$C = \frac{e_2(t_1)}{2\omega I_{1m} e^{\gamma_1 \operatorname{ctg} \gamma_1} \cos \gamma_1}. \quad (19)$$

Підставляючи вираз (19) у (17), отримаємо математичну модель для взаємної індуктивності на ділянці ненасиченого стану магнітопроводу у вигляді

$$M(t) = \frac{e_2(t_1) e^{(\omega \operatorname{ctg} \gamma_1) t}}{2\omega I_{1m} e^{\gamma_1 \operatorname{ctg} \gamma_1} \cos \gamma_1}. \quad (20)$$

Тож беручи до уваги те, що повний опір кола вторинної обмотки вимірювального трансформатора струму z_2

$$z_2 = \sqrt{(r_{2TT} + r_2)^2 + (x_{2TT} + x_2)^2}, \quad (21)$$

де r_{2TT}, x_{2TT} — активний та реактивний опори вторинної обмотки вимірювального трансформатора струму, а r_2, x_2 — активний та реактивний опори обмоток вимірювальних приладів, включених у коло вторинної обмотки вимірювального трансформатора струму, та беручи до уваги вирази (8) і (20), отримаємо, що при ненасиченому магнітопроводі на часовому відрізку $[t_{-1}, t_1]$ математична модель струму у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму матиме вигляд

$$i_2^{(1)}(t) = \frac{e_2(t)}{z_2} = \frac{e_2(t_1)}{2z_2} \left(\frac{\cos \omega t + \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \omega t}{\cos \gamma_1} \right) e^{-\gamma_1 \operatorname{ctg} \gamma_1 + (\omega \operatorname{ctg} \gamma_1)t}. \quad (22)$$

А тепер визначимо струм у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму на часовому відрізку $[t_1, t_2]$, тобто, в діапазоні кутів $[\gamma_1, \gamma_2]$, зображених на рис. 1.

Згідно зі співвідношенням (22) на лівій границі цього часового відрізка маємо

$$i_2^{(1)}(t_1) = \frac{e_2(t_1)}{z_2}, \quad (23)$$

а у внутрішніх точках відрізка $[t_1, t_2]$ згідно з нижньою рівністю зі співвідношення (11) маємо е.р.с у вторинній обмотці, що дорівнює нулеві. Це означає, що у колі вторинної обмотки, яке являє собою послідовне з'єднання активного опору $r_{2TT} + r_2$ з індуктивністю $L_{2TT} + L_2$, виникає аперіодична складова струму $i_{2a}^{(2)}(t)$, яка є розв'язком однорідного диференціального рівняння

$$(L_{2TT} + L_2) \frac{di_{2a}^{(2)}}{dt} + (r_{2TT} + r_2) i_{2a}^{(2)} = 0 \quad (24)$$

або, що те ж саме

$$T_2 \frac{di_{2a}^{(2)}}{dt} + i_{2a}^{(2)} = 0, \quad (25)$$

де

$$T_2 = \frac{L_{2TT} + L_2}{r_{2TT} + r_2} \quad (26)$$

за початкової умови (23), і яка — як легко показати — має вигляд

$$i_{2a}^{(2)}(t) = \frac{e_2(t_1)}{z_2} e^{-\frac{t-t_1}{T_2}} \quad (27)$$

затухаючої експоненти.

А тепер синтезуємо математичну модель струму $i_2(t)$ у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму на часовому відрізку $[t_2, t_3]$, або, що одне і те ж, в кутовому діапазоні $[\gamma_2, \gamma_3]$ графіка на рис. 1.

З графіка, показаного на рис. 1, випливає, що при $t = t_2 = \frac{\gamma_2}{\omega}$ маємо

$$e_2(t_2) = 0, \quad (28)$$

а з виразу (28), з урахуванням виразу (8), випливає, що

$$\omega M I_{1m} \cos \gamma_2 + \frac{dM}{dt} I_{1m} \sin \gamma_2 = 0. \quad (29)$$

Рівняння (29) можна переписати і так:

$$\frac{dM}{M} = -\frac{\omega \cos \gamma_2}{\sin \gamma_2} dt. \quad (30)$$

Інтегруючи рівняння (30), матимемо

$$\ln M = -(\omega \operatorname{ctg} \gamma_2)t + \ln C, \quad (31)$$

звідки
$$M(t) = Ce^{-(\omega \operatorname{ctg} \gamma_2)t}. \quad (32)$$

Підставляючи вираз (32) у (8) на правій границі t_3 цього часового діапазону, отримаємо:

$$e_2(t_3) = \omega I_{1m} C e^{-(\omega \operatorname{ctg} \gamma_2)t_3} \cos \omega t_3 + I_{1m} C (-\omega \operatorname{ctg} \gamma_2) e^{-(\omega \operatorname{ctg} \gamma_2)t_3} \sin \omega t_3, \quad (33)$$

звідки
$$C = \frac{e_2(t_3)}{\omega I_{1m} e^{-\gamma_3 \operatorname{ctg} \gamma_2} (\cos \gamma_3 - \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \gamma_3)}. \quad (34)$$

Підставляючи вираз (34) у (32), отримаємо математичну модель для взаємної індуктивності на ділянці ненасиченого стану магнітопроводу в часовому діапазоні $[t_2, t_3]$ у вигляді

$$M(t) = \frac{e_2(t_3) e^{-(\omega \operatorname{ctg} \gamma_2)t}}{\omega I_{1m} e^{-\gamma_3 \operatorname{ctg} \gamma_2} (\cos \gamma_3 - \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \gamma_3)}. \quad (35)$$

А беручи до уваги вирази (8) і (35), отримаємо, що при ненасиченому магнітопроводі на часовому відрізку $[t_2, t_3]$ математична модель струму у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму матиме вигляд

$$i_2^{(3)}(t) = \frac{e_2(t)}{z_2} = \frac{e_2(t_3)}{z_2} \left(\frac{\cos \omega t - \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \omega t}{\cos \gamma_3 - \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \gamma_3} \right) e^{\gamma_3 \operatorname{ctg} \gamma_2 - (\omega \operatorname{ctg} \gamma_2)t}. \quad (36)$$

А тепер визначимо струм у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму на часовому відрізку $[t_3, t_4]$, тобто, в діапазоні кутів $[\gamma_3, \gamma_4]$, зображених на рис. 1.

Згідно зі співвідношенням (36) на лівій границі цього часового відрізка маємо

$$i_2^{(3)}(t_3) = \frac{e_2(t_3)}{z_2}, \quad (37)$$

а у внутрішніх точках відрізка $[t_3, t_4]$ у зв'язку з виконанням і на ньому нижніх рівностей із співвідношень (12) маємо е.р.с у вторинній обмотці, що дорівнює нулеві.

Тож далі, реалізуючи алгоритм, викладений в процесі отримання виразів (24)—(27), знайдемо, що на часовому проміжку $[t_3, t_4]$ у колі вторинної обмотки вимірювального трансформатора струму струм $i_{2a}^{(4)}$ змінюватиметься згідно з математичною моделлю

$$i_{2a}^{(4)}(t) = \frac{e_2(t_3)}{z_2} e^{-\frac{t-t_3}{T_2}}. \quad (38)$$

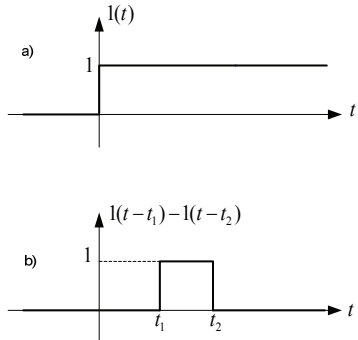
Ну і, нарешті, для заключного часового проміжку $[t_4, t_5]$ в межах одного періоду струму у первинній обмотці вимірювального трансформатора струму, який на рис. 1 відображається відповідним кутовим проміжком $[\gamma_4, \gamma_5]$, діючи за вищевикладеним алгоритмом, стосовно двох попередніх часових проміжків, на яких магнітопровід не насичений, знайдемо, що математична модель струму у вторинній обмотці цього вимірювального трансформатора на цьому часовому проміжку матиме вигляд

$$i_2^{(5)}(t) = \frac{e_2(t)}{z_2} = \frac{e_2(t_5)}{z_2} \left(\frac{\cos \omega t - \operatorname{ctg} \gamma_4 \sin \omega t}{\cos \gamma_5 - \operatorname{ctg} \gamma_4 \sin \gamma_5} \right) e^{\gamma_5 \operatorname{ctg} \gamma_4 - (\omega \operatorname{ctg} \gamma_4)t}. \quad (39)$$

Оскільки дійсне значення I_2 змінного струму з періодом T у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму, на вимірювання якого налагоджені більшість приладів для вимірювання струму, — це

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (i_2(t))^2 dt}, \quad (40)$$

то для можливості використання формули (40) нам необхідно в межах періоду T коректно об'єднати усі часткові формули, отримані нами для різних часових проміжків, упродовж яких магнітопровід знаходився або в ненасиченому стані, або в стані насичення. Це можна зробити, лише використавши поняття одиничної функції, для якої справедливими є такі вирази:



$$l(t) = \begin{cases} 1 & \text{для } \forall t \in [0, \infty); \\ 0 & \text{для } \forall t < 0; \end{cases} \quad (41)$$

$$l(t - \tau) = \begin{cases} 1 & \text{для } \forall t \in [\tau, \infty); \\ 0 & \text{для } \forall t < \tau, \end{cases}$$

графічна інтерпретація яких дана на рис. 2.

Рис. 2. Графіки функцій:

тиме такий вигляд:

$$i_2(t) = i_2^{(1)}(t)[1(t) - 1(t - t_1)] + i_{2a}^{(2)}(t - t_1)[1(t - t_1) - 1(t - t_2)] + i_2^{(3)}(t - t_2)[1(t - t_2) - 1(t - t_3)] + i_{2a}^{(4)}(t - t_3)[1(t - t_3) - 1(t - t_4)] + i_2^{(5)}(t - t_4)[1(t - t_4) - 1(t - t_5)]. \quad (42)$$

Щоб розвернути структурно задану модель (42) в повну математичну модель необхідно у вираз (42) із виразів (22), (27), (36), (38), (39) підставити синтезовані на відрізках $[-t_1, t_1]$, $[t_1, t_2]$, $[t_2, t_3]$, $[t_3, t_4]$, $[t_4, t_5]$ всі складові $i_2^{(1)}(t)$, $i_{2a}^{(2)}(t)$, $i_2^{(3)}(t)$, $i_{2a}^{(4)}(t)$, $i_2^{(5)}(t)$, замінивши в них аргумент t на аргумент $(t - t_{q-1})$, $q = 1, 2, 3, 4, 5$, де q — це порядковий номер часового відрізка, на якому синтезовано часткову модель, та врахувавши, що для інтегрального часового відрізка $[0, T]$ перший зсув по часу $t_0 = 0$.

А тепер уважно придивимось до виразів (22), (27), (36), (38), (39), якими задаються складові $i_2^{(1)}(t)$, $i_{2a}^{(2)}(t)$, $i_2^{(3)}(t)$, $i_{2a}^{(4)}(t)$, $i_2^{(5)}(t)$ для моделі $i_2(t)$ згідно з виразом (42).

У перші два із них — вирази (22), (27) — входить множник $e_2(t_1)$, котрий згідно з виразом (18) є функцією від амплітуди I_{1m} синусоїдального струму $i_1(t)$, що має місце у первинній обмотці вимірювального трансформатора струму. А у вирази (36), (38) входить множник $e_2(t_3)$, котрий згідно з виразом (33) теж є функцією від амплітуди I_{1m} синусоїдального струму $i_1(t)$. Ну і, нарешті, у вираз (39) входить множник $e_2(t_5)$, котрий, фактично, є зсунутим вздовж осі ωt множником $e_2(t_1)$, а тому теж є функцією від амплітуди I_{1m} синусоїдального струму $i_1(t)$, що має місце у первинній обмотці вимірювального трансформатора струму. А, як відомо з основ електротехніки [3], дійсне значення I_1 синусоїдального струму зв'язане з його амплітудним значенням I_{1m} співвідношенням

$$I_{1m} = \sqrt{2} I_1. \quad (43)$$

Тож, підставляючи вираз (43) спочатку у вирази (22), (27), (36), (38), (39), а потім підставляючи результати цієї підстановки у вираз (42), ми отримаємо математичну модель для струму $i_2(t)$ у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму, в кожен структурну складову якого входить в якості параметра дійсне значення синусоїдального струму I_1 . А в разі підстановки

ідентифікованої у такий спосіб математичної моделі струму $i_2(t)$ у вираз (40) та відповідного інтегрування, яке найпростіше здійснити чисельним методом, використовуючи якийсь пакет прикладних програм, ми отримуємо залежність $I_2 = f(I_1)$, яка, фактично, є реальною вихідною статичною характеристикою вимірювального трансформатора струму, орієнтовний графік якої має вигляд, зображений на рис. 3.

А для доведення того, що цей графік має саме такий характер, ми використаємо як першу, так і другу, третю та четверту вихідні передумови в сукупності.

Почнемо з використання першої вихідної передумови. З графіків, показаних на рис. 1, бачимо, що зі зростанням амплітуди I_{1m} синусоїдального струму $i_1(t)$ у первинній обмотці вимірювального трансформатора струму площа, яку обмежує графік струму $i_2(t)$ та його квадрат зростає доки магнітопровід не насичений і

$\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1 = \gamma_4 - \gamma_3 = 0$, а тому і дійсне значення I_2 струму у вторинній обмотці, яке є коренем квадратним з інтегралу від квадрату цього струму, зваженого довжиною періоду, теж пропорційно зростає. Тож маємо ділянку пропорційного зростання на початку характеристики $I_2 = f(I_1)$. Але за перших прояв насичення магнітопроводу, що супроводжуються малими значеннями $\Delta\gamma$, дійсне значення струму I_2 зі зростанням I_{1m} хоч і продовжує зростати, але уже не пропорційно, оскільки на часовому проміжку насичення магнітопроводу підноситься до квадрату уже не синусоїда, а експонента, що швидко спадає, площа під якою та її квадратом є суттєво меншою від площі синусоїди та її квадрату на цьому ж часовому проміжку. А зі збільшенням часового проміжку перебування магнітопроводу в насиченому стані заміна частини синусоїди експонентою, що швидко спадає, приводить уже не до збільшення I_2 зі зростанням I_{1m} , а, навпаки, до зменшення. Тож в середній частині характеристика $I_2 = f(I_1)$ має параболічний характер з «розпливчатим» екстремумом, «розпливчатість» якого обумовлена «розпливчатістю» навантаження на вторинну обмотку. А при значному насиченні магнітопроводу, який супроводжується значеннями $\Delta\gamma$, близькими до π радіанів, площі під відрізком синусоїди в $i_2(t)$ та її квадратом стає дуже мало, та й площа під спадною експонентою та її квадратом через зменшення початкового значення експоненти теж суттєво зменшується, що приводить до подальшого зменшення I_2 . Тож в заключній частині характеристика $I_2 = f(I_1)$ продовжує спадати, асимптотично наближаючись до горизонтальної осі, на якій відкладаються значення I_1 , що пов'язані зі значеннями амплітуди I_{1m} співвідношенням (43).

А тепер звернемось до 2-ї, 3-ї та 4-ї передумов. Якщо спроектувати зміст 4-ї передумови на 2-гу та 3-тю, то, скориставшись виразом (6) за умови виконання виразу (5), легко переконатись, що похибка $\varepsilon(\%)$ може стати рівною 100 %, лише за умови, що нульовим на протязі усього періоду T буде струм $i_2(t)$ у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму. А цей струм може стати нульовим лише за умови, що значення $\Delta\gamma$ досягне 180 градусів або π радіанів, а параметр A_z досягає нульового значення, що є характерним для повного насичення магнітопроводу. А через те, що у разі зменшення ділянок насичення магнітопроводу і відповідного зростання значень A_z та зменшення значень $\Delta\gamma$, відбувається і зменшення значень похибки $\varepsilon(\%)$, що згідно з виразом (6) може мати місце лише в результаті збільшення площі під графіком струму $i_2(t)$, заданого виразом (42). А збільшення цієї площі у свою чергу згідно з виразом (40) приводить до збільшення дійсного значення струму I_2 , що характеризує спадний характер залежності $I_2 = f(I_1)$ при зростанні I_1 після початку входження магнітопроводу вимірювального трансформатора струму в стан насичення.

Тож згідно з реальною вихідною характеристикою $I_2 = f(I_1)$ для кожного вимірювального трансформатора струму характерним є те, що, як показано на рис. 3, одному і тому ж дійсному

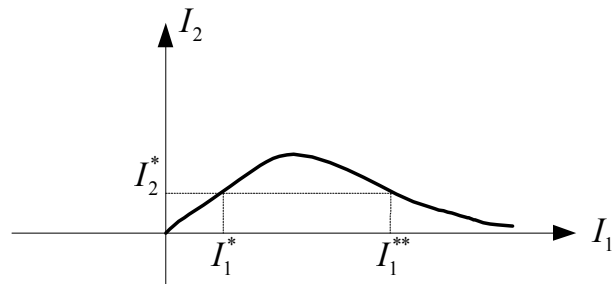


Рис. 3. Орієнтовний графік реальної вихідної статичної характеристики $I_2 = f(I_1)$ вимірювального трансформатора струму

значенню I_2^* його вихідного струму відповідають два дійсні значення I_1^*, I_1^{**} його вхідного струму, виміряти який є його функцією. Тож виникає запитання: «А як, маючи вимірне значення I_2^* , розрізнити, яке із значень I_1^*, I_1^{**} зумовило цей вимір?»

Відповідь на це запитання виявилася простою — оскільки вимірювальні трансформатори струму вибираються для забезпечення роботи в усталеному режимі електричної мережі без похибок вимірювання, тобто, без входження в режим насичення магнітопровода, то усім вимірним значенням I_2^* , що мають місце в усталеному режимі роботи мережі, в якій встановлені ці вимірювальні трансформатори струму, відповідають значення I_1^* . Якщо ж в мережі виникло коротке замикання, яке завжди супроводжується значними струмами, через які коротко замкнута лінія одразу з відключається релейним захистом, то виміряному значенню I_2^* необхідно ставити у відповідність значення I_1^{**} .

А офіційну документацію до вимірювальних трансформаторів струму обов'язково слід доповнити вихідною статичною характеристикою $I_2 = f(I_1)$, яку потрібно або визначити експериментально на заводі, що їх виготовляє, або розраховувати, використовуючи запропоновані нами математичні моделі.

Висновки

1. Здійснено детальний аналіз фізичних процесів, що відбуваються у вимірювальному трансформаторі струму, та уточнено їх характеристики.
2. Синтезовано математичну модель для оцінки струму, що протікає у вторинній обмотці вимірювального трансформатора струму, яка характеризує динаміку його роботи.
3. Побудовано вихідну статичну характеристику вимірювального трансформатора струму, яка зв'язує дійсне значення струму у його вторинній обмотці з дійсним значенням струму у первинній обмотці, та запропоновано ввести цю характеристику в офіційну документацію, якою комплектуються вимірювальні трансформатори струму на заводах, які їх виготовляють.
4. Запропоновано спосіб зняття неоднозначності у разі використання вихідної статичної характеристики вимірювального трансформатора струму, зумовленої тим, що кожному дійсному значенню струму у вторинній обмотці відповідає не одне, а два дійсних значення струму у первинній обмотці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Казанский В. Е. Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики / В. Е. Казанский. — М. : Энергия. — 1978. — 262 с.
2. Сирота И. М. Переходные режимы работы трансформаторов тока / И. М. Сирота. — Киев : изд. АН УССР. — 1961. — 192 с.
3. Вартабедян В. А. Загальна електротехніка : навч. посіб. / В. А. Вартабедян. — 4-те вид. — Київ : Вища школа. — 1986. — 359 с.
4. Электротехнический справочник (в 3-х томах). Том 2. Электротехнические устройства / [В. Г. Герасимов, П. Г. Грудинский, Л. А. Жуков и др.]. — 6-е изд. испр. и доп. — М. : Энергоиздат. — 1981 — 640 с.
5. Грабко В. В. Моделі та системи технічної діагностики високовольтних вимикачів / В. В. Грабко, Б. І. Мокін. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. — 1999. — 74 с.

Рекомендована кафедрою системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 22.08.2017

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Мокін Борис Іванович — д-р техн. наук, професор, акад. НАПН України, професор кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки та кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Хом'юк Яна Вікторівна — аспірант кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, e-mail: khomiukuana@gmail.com;

Кривоніс Олександр Михайлович — магістр з електромеханіки.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

O. B. Mokin¹
B. I. Mokin¹
Y. V. Khomiuk¹
O. M. Kryvonis¹

Performance Characteristics of Measurement Transformers Current and their Mathematical Models

¹Vinnitsia National Technical University

Proceeding from the physics of the processes that take place in current measuring transformers, the paper specifies the existing characteristics of these processes and their mathematical models, both the static characteristics that describe the dependence of the actual value of the output current on the input current and the dynamic ones that characterize the transient processes in the windings of these transformers upon transition of their magnetic conductors from unsaturated to saturated state, and vice versa.

Keywords: current measuring transformer, input-output process characteristic, mathematical models of statics and dynamics.

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transportation Systems and Electrical Systems, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Mokin Borys I. — Dr. Sc. (Eng.), Academician of NAPS of Ukraine, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transportation Systems and Electrical Systems and Professor of the Chair of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics;

Khomiuk Yana V. — Post-Graduate Student of the Chair of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, e-mail: khomiukyana@gmail.com;

Kryvonis Oleksandr M. — Master of Electrical Engineering

А. Б. Мокин¹
Б. И. Мокин¹
Я. В. Хомюк¹
О. М. Кривонис¹

Уточнение характеристик процессов в измерительных трансформаторах тока и их математических моделей

¹Вінницький національний технічний університет

Исходя из физики процессов, протекающих в измерительных трансформаторах тока, уточнены существующие характеристики этих процессов и их математические модели, как статические, характеризующие зависимость действительного значения выходного тока от входного, так и динамические, характеризующие переходные процессы в обмотках этих трансформаторов при переходе их магнитопроводов от ненасыщенного состояния до насыщенного и наоборот.

Ключевые слова: измерительный трансформатор тока, характеристика процесса «вход-выход», математические модели статики и динамики.

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой восстановительной энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: abmokin@gmail.com ;

Мокин Борис Иванович — д-р техн. наук, профессор, акад. НАПН Украины, профессор кафедры восстановительной энергетики и транспортных электрических систем и комплексов и кафедры системного анализа, компьютерного мониторинга и инженерной графики;

Хомюк Яна Викторовна — аспирант кафедры системного анализа, компьютерного мониторинга и инженерной графики;

Кривонис Александр Михайлович — магистр по электромеханике