

УДК 681.5.015+62-83:629.33

О. Б. Мокін, д-р техн. наук, доц.;

О. Д. Фолюшняк, асп.;

Б. І. Мокін, акад. НАПН України, д-р техн. наук, проф.;

В. А. Лобатюк, студ.

## ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ ЗАВАНТАЖЕНОГО ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З ТЯГОВИМ ЕЛЕКТРОДВИГУНОМ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ПОСЛІДОВНОГО ЗБУДЖЕННЯ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ПРЯМОЛІНІЙНОМУ ВІДРІЗКУ ДОРОГИ

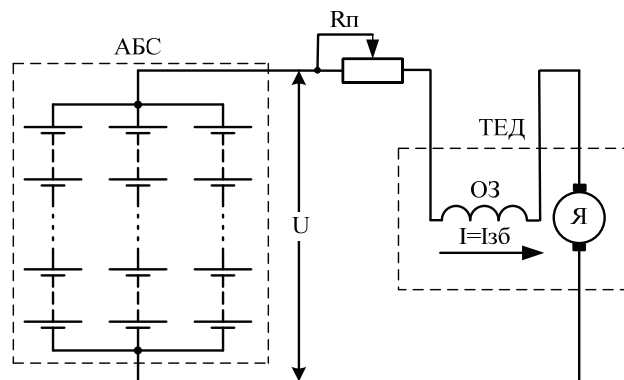
*Здійснено оптимізацію руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї. Побудовано математичну модель для струму в колі: акумуляторна батарея—обмотка якоря тягового електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням, реалізація якої дозволяє мінімізувати витрати енергії акумуляторної батареї під час руху за будь-яким законом зміни швидкості руху електромобіля.*

### Вихідні передумови та постановка задачі

В попередніх дослідженнях [1] була розв'язана задача оптимізації руху електромобіля по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї, де як тяговий двигун використовувався тяговий електричний двигун (ТЕД) постійного струму з незалежним збудженням. Для розв'язання задачі була використана система відносних одиниць, яка запропонована в роботі [2]. Оскільки ТЕД постійного струму з незалежним збудженням в ряді випадків не дозволяє забезпечити необхідне значення тягового моменту, пропонується як тяговий використовувати двигун постійного струму з послідовним збудженням, який частіше використовується в електричних транспортних засобах.

В ТЕД постійного струму з послідовним збудженням збільшення моменту навантаження на валу призводить до збільшення струму  $I = I_{\text{я}} = I_{\text{з}}$  (який водночас є струмом збудження і струмом якоря ТЕД), а також, відповідно, до одночасного збільшення основного магнітного потоку, що забезпечує велику перевантажувальну здатність за помірною збільшення струму. Тож доцільно розв'язати задачу оптимізації руху електромобіля за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї і для випадку оснащення його тяговим електродвигуном постійного струму з послідовним збудженням.

На рисунку наведено спрощену схему силового контуру електропривода електромобіля, з якої видно, що в силівій акумуляторній батареї (САКБ) частина елементів включена послідовно для забезпечення необхідного рівня напруги  $U$ , а частина — паралельно для забезпечення необхідного рівня струму  $I$ , який надходить у якорну обмотку (Я) ТЕД постійного струму. На рисунку також наведено послідовну обмотку збудження (ОЗ) та пусковий реостат  $R_{\text{п}}$  для обмеження пускового



Електрична схема основного силового контуру електропривода електромобіля

струму. Для спрощення розуміння основних процесів не показані контакти комутаційної апаратури.

За критерій оптимізації руху електромобіля використаємо функціонал

$$E = \int_0^T U(t) \cdot I(t) dt, \quad (1)$$

де  $E$  — енергія, яку витрачає САКБ за період часу  $T$ , необхідна для подолання електромобілем відстані

$$S = \int_0^T V(t) dt, \quad (2)$$

де  $V(t)$  — це лінійна швидкість руху електромобіля, яка зв'язана рівнянням динаміки електромобіля

$$m \frac{dV(t)}{dt} = F_T - F_{оп}; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} V(0) &= V_0; \\ V(T) &= V_T, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

з його масою  $m$ , силою тяги  $F_T$  та силою  $F_{оп}$  опору руху, які можна представити у вигляді виразів [1, 3, 4]:

$$F_m = \frac{\omega}{R} M_m; \quad (5)$$

$$M_m = k_M I \Phi(I); \quad (6)$$

$$F_{оп} = \mu_0 + \mu_1 V(t) + \mu_2 V^2(t), \quad (7)$$

де  $M_T$  — тяговий момент ТЕД з послідовним збудженням;  $R$  — радіус колеса електромобіля;  $\omega$  — передатне число коробки передач електромобіля від вала ТЕД до вала колеса.

В роботі [5] показано, що для варіаційної задачі оптимізації крива намагнічування  $\Phi(I)$  ТЕД постійного струму з послідовним збудженням точніше і зручніше у відносних одиницях представляється моделлю

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{сп}]; \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{сп}, \infty), \end{cases} \quad (8)$$

яка є сукупністю параболи і прямої, котрі стикаються при значенні аргументу  $i_{сп}$ . Оскільки справедливою є нерівність  $i_{сп} < 1$ , то можна стверджувати, що в разі повної завантаженості електромобіля ТЕД його електропривода працює на прямолінійній частині характеристики намагнічування, а в разі руху порожняком — на параболічній. Отже, для випадку повної завантаженості електромобіля, який розглядається у цій роботі, у виразі (6) в якості залежності  $\Phi(I)$  будемо використовувати лінійну складову математичної моделі (8), записану у відносних одиницях

$$\phi(i) = a_1 + b_1 i. \quad (9)$$

Тепер маємо усі необхідні передумови для того, щоб синтезувати математичну модель оптимального руху завантаженого електромобіля з ТЕД постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї, тобто, щоб розв'язати поставлену вище задачу.

### Перехід до відносних одиниць

Як і в роботі [1] для ТЕД з незалежним збудженням, переведемо вирази (1)—(7) у відносні одиниці за допомогою співвідношень

$$v = \frac{V}{V_H}; \quad i = \frac{I_{\text{я}}}{I_H}; \quad \tau = \frac{t}{T_M}; \quad \tau_k = \frac{T}{T_M}; \quad \phi = \frac{\Phi}{\Phi_H}, \quad (10)$$

де  $V_H$  — лінійна швидкість колеса, обумовлена при заданому значенні передатного числа  $w$  номінальним значенням  $\omega_H$  кутової швидкості обертання вала якоря ТЕД;  $\Phi_H$  — номінальний магнітний потік ТЕД;  $T_M$  — механічна стала електропривода електромобіля

$$T_M = \frac{mV_H R}{wk_M I_H \Phi_H}. \quad (11)$$

Враховуючи те, що модель кривої намагнічування (9) можна представити у іменованому вигляді

$$\Phi = (a_1 I_H + b_1 I_{\text{я}}) \frac{\Phi_H}{I_H}, \quad (12)$$

вираз для моменту  $M_T$  ТЕД (6) буде мати вигляд:

$$M_T = k_M I_{\text{я}} a_1 \Phi_H + k_M b_1 I_{\text{я}}^2 \frac{\Phi_H}{I_H}, \quad (13)$$

а сила тяги  $F_T$ , відповідно —

$$F_T = \frac{k_M I_{\text{я}} a_1 \Phi_H w}{R} + \frac{k_M b_1 I_{\text{я}}^2 w \Phi_H}{R I_H}. \quad (14)$$

Перепишемо рівняння динаміки (3) у вигляді

$$m \frac{dV}{dt} \frac{T_M}{T_M} \frac{V_H}{V_H} = F_T - F_{\text{оп}}. \quad (15)$$

З урахуванням співвідношень (7), (10) та (14) обмеження (15) у відносних одиницях буде мати вигляд:

$$\frac{dv}{d\tau} = a_1 i + b_1 i^2 - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (16)$$

в якому

$$f_0 = \frac{\mu_0 R}{wk_M I_H \Phi_H}; \quad f_1 = \frac{\mu_1 R V_H}{wk_M I_H \Phi_H}; \quad f_2 = \frac{\mu_2 R V_H^2}{wk_M I_H \Phi_H}. \quad (17)$$

Граничні умови (4) у відносних одиницях матимуть вигляд

$$\left. \begin{aligned} v(0) &= v_0; \\ v(\tau_k) &= v_k. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

За допомогою співвідношень (10) критерій (1) та обмеження (2) у відносних одиницях можна представити у вигляді виразів [1]:

$$e = \int_0^{\tau_k} (1 - \alpha \cdot i(\tau)) i(\tau) d\tau; \quad (19)$$

$$s = \int_0^{\tau_k} v(\tau) d\tau, \quad (20)$$

в яких, окрім визначених співвідношеннями (10), є такі відносні одиниці:

$$e = \frac{E}{U_0 I_H T_M}; \quad s = \frac{S}{V_H T_M}; \quad \alpha = \frac{I_H}{I_K}, \quad (21)$$

де  $U_0$  — напруга на виході повністю зарядженої САКБ при її відключенні від навантаження;  $I_K$  — струм короткого замикання повністю зарядженої САКБ.

З урахуванням виразів (16), (18) — (20) переформулюємо задачу таким чином: знайти такий закон зміни струму  $i(\tau)$  в силовому електричному контурі електромобіля, який би забезпечував виконання програми його руху (20) від однієї зупинки до наступної з урахуванням граничних умов (18) з мінімальними витратами енергії (19) в умовах довільного закону зміни лінійної швидкості  $v(\tau)$  та обмеження, що задається рівнянням динаміки руху електромобіля (16).

Тепер маємо усі вихідні передумови, необхідні для розв'язання поставленої задачі оптимізації.

### Розв'язання задачі

Оскільки в задачі присутнє обмеження (20) у вигляді функціоналу, тобто ця задача оптимізації відноситься до класу ізопериметричних, з урахуванням критерію (19) та обмеження (16) функція Лагранжа для неї матиме вигляд

$$L(i, s, v, i', s', v', \tau) = i - \alpha i^2 + \lambda_0(\tau) \cdot (s' - v) + \lambda_1(\tau) \cdot (v' - a_1 i - b_1 i^2 + f_0 + f_1 v + f_2 v^2), \quad (22)$$

а система рівнянь Ейлера —

$$\left. \begin{aligned} L_i - \frac{d}{d\tau} L_{i'} &= 0; \\ L_s - \frac{d}{d\tau} L_{s'} &= 0; \\ L_v - \frac{d}{d\tau} L_{v'} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Підставляючи функцію Лагранжа (22) у систему рівнянь Ейлера (23), тобто беручи усі необхідні частинні і звичайні похідні від  $L(i, s, v, i', s', v', \tau)$  по  $i, s, v, i', s', v', \tau$ , отримаємо систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} 1 - 2\alpha i - a_1 \lambda_1(\tau) - 2b_1 i \lambda_1(\tau) &= 0; \\ -\frac{d\lambda_0(\tau)}{d\tau} &= 0; \\ -\lambda_0(\tau) + f_1 \lambda_1(\tau) + 2f_2 v \lambda_1(\tau) - \frac{d\lambda_1(\tau)}{d\tau} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

З другого рівняння системи (24) випливає, що

$$\lambda_0(\tau) = -C_1, \quad (25)$$

де  $C_1$  є невідомою константою.

Перепишемо третє рівняння системи (24) у вигляді

$$\frac{d\lambda_1(\tau)}{d\tau} - \lambda_1(\tau) \cdot (f_1 + 2f_2 v) = C_1. \quad (26)$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння (26) відносно невизначеного множника  $\lambda_1(\tau)$ , враховуючи, що розв'язок складається з двох складових — вільної та вимушеної:

$$\lambda_1(\tau) = \lambda_{1\text{віль}}(\tau) + \lambda_{1\text{вим}}(\tau). \quad (27)$$

Вільна складова розв'язку рівняння (26) буде мати вигляд

$$\lambda_{1\text{віль}}(\tau) = C_2 \cdot e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau}, \quad (28)$$

де  $C_2$  — стала інтегрування, а вимушена складова —

$$\lambda_{1\text{вим}}(\tau) = -\frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v}. \quad (29)$$

Підставивши вирази (28) та (29) у рівняння (27), отримаємо:

$$\lambda_1(\tau) = C_2 \cdot e^{(f_1+2f_2v)\tau} - \frac{C_1}{f_1+2f_2v}. \quad (30)$$

А підставивши вираз (30) у перше рівняння системи (24) і розв'язавши його відносно  $i$ , матимемо:

$$i(\tau) = \frac{1 - a_1 \left( C_2 \cdot e^{(f_1+2f_2v)\tau} - \frac{C_1}{f_1+2f_2v} \right)}{2\alpha + 2b_1 \left( C_2 \cdot e^{(f_1+2f_2v)\tau} - \frac{C_1}{f_1+2f_2v} \right)}. \quad (31)$$

Вираз (31) і визначає закон формування струму  $i(\tau)$  якоря ТЕД завантаженого електромобіля, реалізуючи який будемо мати мінімальні витрати енергії  $e$  САКБ при тому значенні лінійної швидкості  $v(\tau)$ , з якою рухається електромобіль у певний момент. Але для реалізації цього закону необхідно спочатку визначити в моделі (31) числові значення невідомих сталих  $C_1$  та  $C_2$ . Це можна зробити, адаптувавши для цієї задачі алгоритм, наведений у роботі [6], що буде реалізовано авторами в одній з подальших публікацій.

### Висновки

1. Розв'язано задачу оптимізації руху завантаженого електромобіля з ТЕД постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат електроенергії силової акумуляторної батареї.

2. Побудовано закон зміни струму тягового електродвигуна постійного струму послідовного збудження для завантаженого електромобіля.

3. Доведено, що реалізація отриманого закону зміни струму дозволить мінімізувати витрати енергії акумуляторної батареї під час руху завантаженого електромобіля за будь-яким законом зміни швидкості його руху.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін О. Б. Оптимізація руху електромобіля по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2011. — № 2. — С. 96—100.
2. Мокін О. Б. Відносні моделі руху електричного транспортного засобу по горизонтальному прямолінійному відрізку колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2010. — № 2. — С. 20—24.
3. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський. — К. : Техніка, 2002. — 512 с.
4. Андреев В. П. Основы электропривода / В. П. Андреев, Ю. А. Сабинин. — М.-Л. : Госэнергоиздат, 1963. — 772 с.
5. Мокін Б. І. Ідентифікація параметрів моделей та оптимізація режимів системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму : моногр. / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. — 92 с. — ISBN 978-966-641-241-9.
6. Мокін О. Б. Метод параметричної ідентифікації моделі оптимального струму електромобіля / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2011. — № 3. — С. 89—92.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Стаття надійшла до редакції 4.12.12

Рекомендована до друку 6.03.13

**Мокін Олександр Борисович** — завідувач кафедри, **Мокін Борис Іванович** — професор, **Фолюшняк Олена Дмитрівна** — аспірантка.

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

**Лобатюк Віталій Анатолійович** — студент Інституту електроенергетики та електромеханіки.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця